Institutt for fysikk 2004

TFY4105 Fysikk for Bygg

Løsningsforslag eksamen 13. mai 2004

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål

Spørsmål:	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l
Rett svar:	D	C	B	A	C	D	E	A	A	B	X	C

Detaljer om spørsmålene:

a) Bevegelsesmengden er bevart, ikke energien.

b) Sentripetalkraft $F = m \cdot v^2/r$.

c) Ifølge Newtons 2. lov for rotasjon: Dreiemoment τ $(= F \cdot r) = I \cdot \frac{d\omega}{dt}$. Løser herfra I.

d) Parallellakseteoremet: $I = I_{\rm cm} + M \cdot R^2$. Da er treghetsmomentet, $I_{\rm cm}$ om tyngdepunktet alltid minst. Og her er $R_1 = R_2 = R$.

e) Støt mellom to roterende skiver. Dreieimpulsen (spinnet),$L_{\rm tot}$, er bevart i alle støt. Dermed halveres vinkelhastigheten etter støtet. Total kinetisk energi etter blir $W_{\rm etter} = \frac{1}{2}(2I)\left(\omega/2\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot W_{\rm k,tot,før}$.

f) Ved bruk av oppdriftsloven finner man $y/h = \rho_{\rm tre}/\rho_{\rm vann}$ som løser problemet.

g) Kin. energi $W_{\rm k} = \frac{1}{2}mv^2$ og alltid positiv. Når utsvinget er null er hastigheten maksimal, og derfor også kinetisk energi maksimal ved $t = 0$.

h) Fra grafen leses bølgelengde $\lambda = 8$ m og dermed frekvensen $T = \lambda/v = 2$ s^{-1}. Amplituden er 2 m. Bølgen $y(x,t) = y_0 \cdot \sin(2\pi x/\lambda - 2\pi t/T)$ er da representert med A).

i) Netto utstråling: $P = P_{\rm ut} - P_{\rm inn} = A \cdot e \cdot (\sigma T^4 - \sigma T_{\rm omg}^4)$. Areal og emissivitet e har ikke noe å bety for relativ endring $P_2/P_1 = (T_2^4 - T_{\rm omg}^4)/(T_1^4 - T_{\rm omg}^4)$. Temperaturer i kelvin.

j) Med utvidelse i tre retninger er volumutvidelseskoeffisienten tre ganger den lineære.

k) Denne oppgave ble tatt ut under eksamen da ordet isentalpisk kun var introdusert i parallellklassen. E er feil, fordampingen krever varme som tas **fra omgivelsene**.

l) Samme varmestrøm gjennom alle lag: $j = \lambda_1 \cdot \Delta T_1/\ell = \lambda_2 \cdot \Delta T_2/\ell = \lambda_3 \cdot \Delta T_3/\ell$. Her er tykkelsen ℓ lik for alle lag. Når λ er liten (god varmeisolator) er ΔT stor.

Oppgave 2. Friksjon

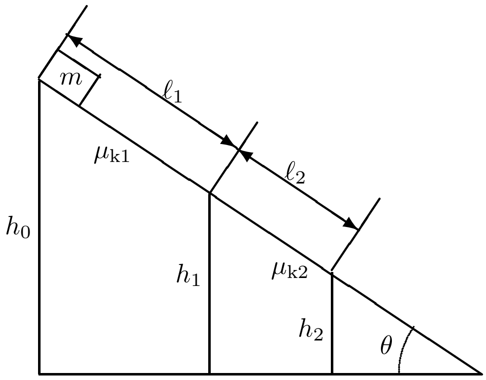
a) Friksjonskraft ved bevegelse virker motsatt retning av bevegelsen og er proporsjonal med normalkrafta $F_\perp$ mot underlaget med proporsjonalitetskonstant den kinetiske friksjonskoeffisienten $\mu_{\rm k}$:

$$F_{\rm f} = \mu_{\rm k} \cdot F_\perp.$$

Normalkrafta er $F_\perp = mg \cdot \cos\theta$, dermed får vi

$$F_{\rm f} = \mu_{\rm k} \cdot mg \cdot \cos\theta.$$

b) La høyden ved start være h_0 og høyden ved friksjonsskillet være h_1 (se figur).



$$
\begin{aligned}
\text{Energi før} &= \text{energi etter} + \text{friksjonsarbeid} \\
mgh_0 &= mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 + F_{\mathrm{f}} \cdot \ell_1 \\
mgh_0 &= mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 + \mu_{\mathrm{k1}} \cdot mg \cdot \cos\theta \cdot \ell_1
\end{aligned}
$$

Her er $h_0 - h_1 = \sin\theta \cdot \ell_1$, og m kan forkortes slik at v_1 kan løses.

c) Her også lurt å bruke energianalyse. Klossen glir en avstand ℓ_2 inn i høyfriksjonsdelen før den stopper med $v_2 = 0$, og har da høyde h_2 med $h_1 - h_2 = \sin\theta \cdot \ell_2$.

$$
\begin{aligned}
\text{Energi ved } h_1 &= \text{energi ved } h_2 + \text{friksjonsarbeid} \\
mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 &= mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + F_{\mathrm{f}} \cdot \ell_2 \\
mg(h_1 - h_2) + \frac{1}{2}mv_1^2 &= \mu_{\mathrm{k2}} \cdot mg \cdot \cos\theta \cdot \ell_2 \\
\mu_{\mathrm{k2}} \cdot mg \cdot \cos\theta \cdot \ell_2 - mg\sin\theta \cdot \ell_2 &= \frac{1}{2}mv_1^2 \\
\ell_2 &= \frac{v_1^2}{(2g) \cdot (\mu_{\mathrm{k2}} \cdot \cos\theta - \sin\theta)} \\
\ell_2 &= \frac{20,894\,\mathrm{m^2/s^2}}{19,6\,\mathrm{m/s^2} \cdot (0,95 \cdot 0,7660 - 0,6428)} \\
\ell_2 &= 12,56\,\mathrm{m} = \underline{13\,\mathrm{m}}.
\end{aligned}
$$

d) Det er kun akselerasjon langs skråplanet. Enklest å finne summen av krefter langs skråplanet og bruke Newtons 2. lov. (Her trenger vi ikke bruke svaret i c).

$$
\begin{aligned}
\Sigma F &= F_{||} - F_{\mathrm{f}} = mg\sin\theta - \mu_{\mathrm{k}} \cdot mg \cdot \cos\theta \\
\Rightarrow \quad a_2 &= \Sigma F/m = g \cdot (\sin\theta - \mu_{\mathrm{k}} \cdot \cos\theta) = 9,8\,\mathrm{m/s^2} \cdot (0,6428 - 0,95 \cdot 0,7660) = \underline{-0,83\,\mathrm{m/s^2}}.
\end{aligned}
$$

Alternativt: Når akselerasjonen er konstant kan den beregnes fra $a = (v_2 - v_1)/t = -v_1/t$. Tida kan f.eks. finnes fra at midlere fart er $\bar{v} = \ell_2/t$, og $\bar{v} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) = \frac{1}{2}(v_1 + 0)$, som gir

$$
t = 2\ell_2/v_1 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{-v_1}{2\ell_2} \cdot v_1 = -\frac{(4,6\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 12,56\,\mathrm{m}} = \underline{-0,84\,\mathrm{m/s^2}}.
$$

a) Tre parametre inngår i problemet: m, l og g. Svingetida τ må derfor kunne skrivs som

$$
[\tau] = [m^\alpha \ \ l^\beta \ \ g^\gamma] \tag{1}
$$

$$
\begin{aligned}
[s] &= [kg^\alpha \ \ m^\beta \ \ (N/kg)^\gamma] = [(Ns^2/m)^\alpha \ \ m^\beta \ \ (N/(Ns^2/m))^\gamma] \\
&= [\frac{N^\alpha s^{2\alpha}}{m^\alpha} \ \ m^\beta \ \ \frac{m^\gamma}{s^{2\gamma}}] = [(Nm)^\alpha \ \ m^{\beta-\alpha+\gamma} \ \ s^{2\alpha-2\gamma}]
\end{aligned} \tag{2}
$$

For at enheten skal være de samme på begger sider av likinga må man han at

$$
\begin{aligned}
\alpha &= 0 \\
\beta - \alpha + \gamma &= 0 \\
1 &= 2(\alpha - \gamma)
\end{aligned}
$$

som gir at $\alpha = 0$, $\gamma = -1/2$ og $\beta = 1/2$, dvs.

$$\underline{\tau \propto \sqrt{\frac{l}{g}}}$$

Oppgave 3. Svingninger og bølger

a) Fjærstivheten k er definert ved Hookes lov: $F = -k\Delta y$, der Δy er utstrekket som krafta F har forårsaka. Utstrekket er her 18,0 m-10,0 m = 8,0 m, slik at

$$k = \left|\frac{F}{\Delta y}\right| = \frac{80\,\mathrm{kg} \cdot 9,8\,\mathrm{m/s^2}}{8,0\,\mathrm{m}} = 98\,\mathrm{N/m}.$$

b) Newtons 2. lov: $\Sigma F = ma = m\ddot{y}$. Når y er forskyvningen i forhold til likevektsstillinga blir $\Sigma F = -ky$ (tyngdekrafta kommer ikke inn når vi ser på forskyvningen fra likevektsstillinga). Dermed:

$$m\ddot{y} + ky = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{y} + \omega_0^2 y = 0, \quad \text{med} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{98\,\mathrm{N/m}}{80\,\mathrm{kg}}} = \underline{1,11\,\mathrm{s^{-1}}}.$$

Og dermed $f_0 = \omega_0/(2\pi) = 0,176\,\mathrm{Hz}$ og $\underline{T_0 = 1/f_0 = 5,7\,\mathrm{s}}$.

c) Bølgefarta fra formelark, med masse per lengdeenhet $\mu = m_\mathrm{s}/L = 5,00\,\mathrm{kg}/18,0\,\mathrm{m}$ (må bruke aktuell strikklengde):

$$\underline{v} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{mg \cdot L}{m_\mathrm{s}}} = \sqrt{\frac{80\,\mathrm{kg} \cdot 9,8\,\mathrm{m/s^2} \cdot 18,0\,\mathrm{m}}{5,00\,\mathrm{kg}}} = 53,1\,\mathrm{m/s} = \underline{53\,\mathrm{m/s}}.$$

d) For stående bølge med 2. harmoniske svingning er det to buker på strikklengden, dvs. bølgelengden

$$\underline{\lambda = L = 18,0\,\mathrm{m}}.$$

Da er frekvensen

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{53,1\,\mathrm{m/s}}{18,0\,\mathrm{m}} = 2,95\,\mathrm{s^{-1}} = \underline{3,0\,\mathrm{Hz}}.$$

(eller vinkelfrekvens $\omega = 2\pi f = 19\,\mathrm{s^{-1}}$.)

e) Ved å bruke kjerneregelen finner vi følgende deriverte av $y = f(x \pm vt)$, antatt v er en konstant:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = f'(x \pm vt) \cdot (\pm v) \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = f''(x \pm vt) \cdot (\pm v)^2$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = f'(x \pm vt) \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = f''(x \pm vt)$$

Dette gir innsatt i bølgelikninga:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad v^2 \cdot f''(x \pm vt) - v^2 \cdot f''(x \pm vt) = 0,$$

som altså stemmer.

Parameter v er forplantingshastigheten til bølga.

Oppgave 4. Termisk fysikk

a) Termodynamikkens første hovedsetning sier at

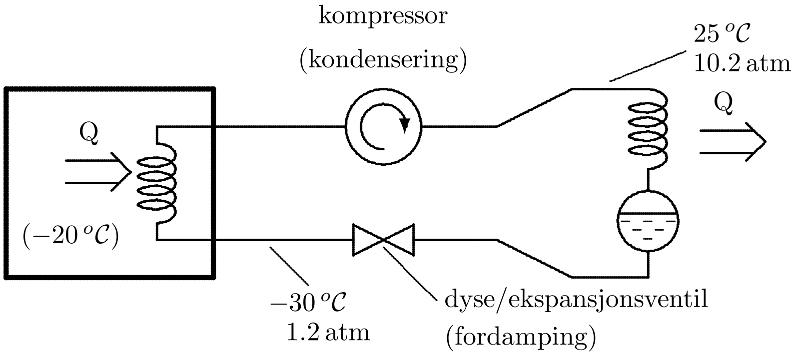
Tilført varmeenergi (Q) = Økninga i indre (potensiell og kinetisk) energi (ΔU)
+ Abeid utført av systemet på omgivelsene (W),

dvs. termodynamikkens første hovedsetning er ei energikonserveringslikning.

b) Termodynamikkens andre hovedsetning har mange alternative formuleringer som f.eks.

- Det er umulig å flytte varme fra et kaldt til et varmt reservoar uten å utføre arbeid.
- Det er umulig å transformere varme til arbeid uten å tape spillvarme.
- Det er umulig å lage en kretsprosess som er mer effektiv enn Carnotprosessen.
- Perpetuum mobile av 2. art ("skape energi fra ingenting") er umulig.

c) Skjematisk et typisk kjøleanlegg, med amoniakk (NH_3) som kjølefluid.



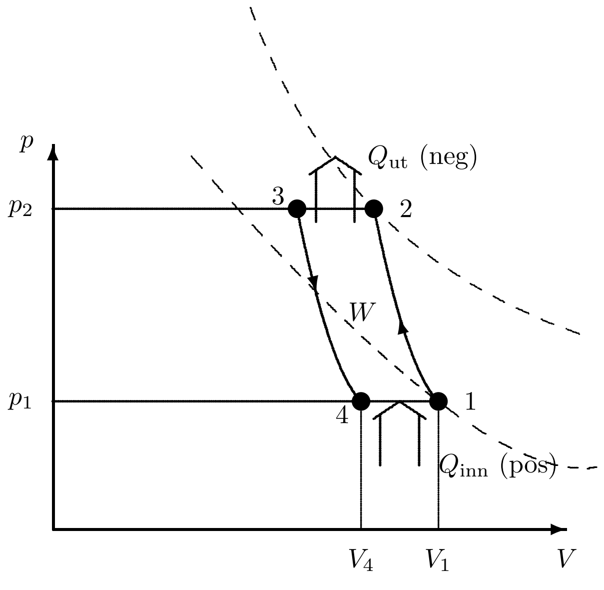
Enkelt NH_3-anlegg

Virkemåten er i hovedsak som følger:

- NH_3 (amoniakk) sirkulerer i lukket rørsystem.
- Rørspiraler brukes som varmevekslere.
- Gass-væske likevekt både på høytemperatursida (T_H, p_H) og lavetemperatursida (T_L, p_L).
- I kondensatorspiralen avgis fordampningsvarme, og damp går over til væske.
- I dysa ekspanderer væske/damp adiabatisk, og kjøles ved avgivelse av fordampingsvarme fra væska.
- I kjølespiralen opptas varme fra omgivelsene (fryserommet), og fordamper mer av væska.
- og så komprimeres dampen (adiabatisk) i kompressoren, og vandrer tilbake til kondensatorspiralen, hvor opptatt varmemengde dyttes ut i omgivelsene.

Det er i prinsippet ikke noen forskjell på et kjøleanlegg og ei varmepumpe, bort sett fra at man i et kjøleanlegg legger den ønskede aktiviteten til kjølesida mens man for ei varmepumpe legger de ønskede aktiviteten på varmesida.

d) PV-diagram for varmepumpe



Tilført arbeid er lik areale av den lukkede kretsprossen i pv-diagrammet, over merket med W.

e) Frysing av is

Når vann fryser til is, frigøres varme (smeltevarmen) som må føres bort.

Varmestrømmen bort fra frysesonen bestemmes tykkelesen til den isen som alt er dannet, og temperaturdifferanse mellom overflatene til isen som grenser henholdsvis mot lufta (f.eks. -10 grader Celsius) og frysesonen (0 grader Celcius).

For et hvert tidspunkt undre frysinga av isen har man oppfylt at

Varmestrømmen per flate-enhet (W/m^2) gjennom isen fra frysesonen til grenseflata mot lufta
= Frigjort smeltevarme (Q_s (Nm=Ws) per flate og tidsenhet.

Det er denne konserveringslikninga som ved innsetting av bokstavuttrykk, gir den differensiallikninga som i forelesingsnotatene er brukt til å beregne istykkelse som funksjon av tida.