



## VEDLEGG C Formelliste for fag TFY4105 FYSIKK

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruken er den samme som i forelesningsnotatene.

### Fysiske konstanter:

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2 \quad N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad R = N_A k_B = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$$

$$1 \text{ atm} = 101,3 \text{ kPa} \quad 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K} \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-4} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

### Elementær mekanikk:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, t) \quad \text{med } \vec{p}(\vec{r}, t) = m \vec{v} = m \dot{\vec{r}} \quad \vec{F} = m \vec{a} \quad \text{Konstant } a: \quad v = v_0 + at \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \text{Kinetisk energi } W_k = \frac{1}{2} m v^2 \quad V(\vec{r}) = \text{potensiell energi (f.eks. tyngde: } mgh, \text{ fjær: } \frac{1}{2} kx^2)$$

$$F_x = -\frac{\partial}{\partial x} V(x, y, z) \quad E = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + V(\vec{r}) + \text{friksjonsarbeide} = \text{konstant}$$

$$|F_f| = \mu_s \cdot F_\perp \quad |F_f| = \mu_k \cdot F_\perp \quad \vec{F}_f = -k_f \vec{v}$$

$$\text{Dreiemoment } \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad dW = |\vec{\tau}| d\alpha \quad \text{Statisk likevekt: } \Sigma \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma \vec{\tau}_i = \vec{0}$$

$$\text{Massefellespunkt: } \vec{R}_M = \frac{m_A}{M} \vec{r}_A + \frac{m_B}{M} \vec{r}_B \quad \text{Relativ koordinat: } \vec{r} = \vec{r}_A - \vec{r}_B$$

$$\text{Elastisk støt: } \vec{p} = \text{konstant} \quad W_k = \text{konstant} \quad \text{Uelastisk støt: } \vec{p} = \text{konstant}$$

$$\text{Vinkelhastighet } \vec{\omega} = \omega \hat{e}_z \quad |\vec{\omega}| = \omega = \dot{\theta} \quad \text{Vinkelakselerasjon } \vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \ddot{\theta}$$

$$v = r\omega \quad \text{Sentripetalaksel. } a_r = -v\omega = -\frac{v^2}{r} = -\omega^2 r \quad \text{Baneaksel. } a_\theta = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

$$\text{Kinetisk energi } W_k = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \text{hvor treghetsmoment } I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$$

$$\text{Massiv kule: } I_T = \frac{2}{5} MR^2 \quad \text{Ring: } I_T = MR^2 \quad \text{Sylinder/skive: } I_T = \frac{1}{2} MR^2 \quad \text{Kuleskall: } I_T = \frac{2}{3} MR^2$$

$$\text{Lang, tynn stav: } I_T = \frac{1}{12} M\ell^2 \quad \text{Parallellakse-teoremet: } I = I_T + MR_T^2$$

$$\text{Dreieimpuls (spinn) } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{\tau} = \frac{d}{dt} \vec{L} \quad \text{Stive legemer: } \vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\text{Hookes lov: } F = -kx \quad T = \frac{F}{A} = E\epsilon = E \frac{\Delta\ell}{\ell} \quad T = \mu\gamma = \mu \frac{\Delta x}{y} \quad \Delta p = -B \frac{\Delta V}{V} \quad \tau = \frac{\pi}{32} \mu \frac{D^4}{\ell} \theta$$

$$\text{Bøyning: } \theta = \frac{\ell}{r_0} = \frac{\tau}{EI} \ell \quad \mathcal{I} = \int y^2 dA = \frac{1}{12} a b^3 \quad \delta(\ell) = \frac{\ell^3}{3EI} F$$

$$\text{Hydrostatisk trykk } p(h) = p_0 + \rho gh \quad \text{Trykket i boble: } p = p_0 + \frac{2\gamma}{R}$$

$$\text{Massekonservering: } A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \text{Bernoulli (Energikonservering): } p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = \text{konstant}$$

$$\text{Skjærspenning og viskositet: } T = \frac{F}{A} = \eta \frac{v}{b} \quad \text{Stokes lov: } F = -6\pi\eta vr \quad \text{Poiseuilles: } Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{dp}{dx}$$

### Svingninger og bølger:

$$\text{Udempet svingning: } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \quad \text{eller} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

$$\text{Dempet svingning:} \quad \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \delta = \frac{1}{2} \frac{b}{m}$$

$$\delta < \omega_0 \quad \text{Underkritisk dempet:} \quad x(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega_d t + \theta_0) \quad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$\delta > \omega_0 \quad \text{Overkritisk dempet:} \quad x(t) = A^+ e^{-\alpha^{(+)} t} + A^- e^{-\alpha^{(-)} t} \quad \alpha^{(\pm)} = \delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = a_0 \cos \omega t \quad \text{Når } t \text{ er stor: } x(t) = x_0 \cos(\omega t + \phi), \text{ hvor} \quad x_0(\omega) = \frac{a_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}$$

$$\text{Bølger:} \quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad y(x, t) = f(x \pm vt) \quad y(x, t) = y_0 \cos(kx) \cos(\omega t) \quad y(x, t) = y_0 \cos(kx \pm \omega t)$$

$$v = \pm \frac{\omega}{k} \quad |v| = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad \text{Streng: } v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \text{hvor } T = \frac{F}{A} \quad \text{og } \mu = \rho A = \frac{\Delta m}{\Delta \ell}$$

$$\text{Lydbølger: } \xi(x, t) = \xi_0 \cos(kx \pm \omega t) \quad p_{\text{lyd}} = kv^2 \rho \xi_0 \quad \text{Luft: } v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}} \quad \text{Fast stoff: } v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$P = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_0^2 \quad I = \frac{P}{A} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 \xi_0^2 \quad I = \frac{1}{2} \frac{p_{\text{lyd}}^2}{\rho v} = \frac{1}{2} \frac{p_{\text{lyd}}^2}{\rho B}$$

$$\beta(\text{i dB}) = 10 \log_{10} \frac{I}{I_{\text{min}}} \quad \text{der } I_{\text{min}} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

$$\text{Stående bølger:} \quad y(t) = \frac{1}{2} y_0 \cos[kx + \omega t] + \frac{1}{2} y_0 \cos[kx - \omega t] \quad L = n \frac{\lambda}{2} \quad f_n = n \frac{v}{2L}$$

### Termisk fysikk:

$$n_M \text{ (iblant også } n) = \text{antall mol} \quad N = \text{antall molekyler} \quad n = N/V \quad n_f = \text{antall frihetsgrader}$$

$$\alpha = \frac{1}{\ell} \frac{d\ell}{dT} \quad \Delta U = Q - W \quad C = \frac{Q}{\Delta T} = mc = n_M c' = N c_m$$

$$\text{Varmetransport:} \quad j_Q = \frac{d\Phi}{dA} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad j = \sigma T^4 \quad j = e \sigma T^4 \quad j_\nu(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

$$pV = n_M R T \quad pV = N \frac{2}{3} E \quad pV = N k_B T \quad E = \frac{1}{2} m \overline{v^2} \quad \text{van der Waals: } \left(p + \frac{a}{v_M^2}\right) (v_M - b) = R T$$

$$c'_V = \frac{1}{2} n_f R \quad c'_p = \frac{1}{2} (n_f + 2) R = c'_V + R \quad \Delta W = p \Delta V \quad W = \int_1^2 p dV \quad dU = C_V \cdot dT$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{n_f + 2}{n_f} \quad pV^\gamma = \text{konstant} \quad TV^{\gamma-1} = \text{konstant} \quad p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{konstant} \quad v_{\text{lyd}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

$$\text{Molekylære kollisjoner:} \quad \sigma = \pi d^2 \quad \ell_0 = \frac{1}{n\sigma} \quad \tau = \frac{1}{nv\sigma}$$

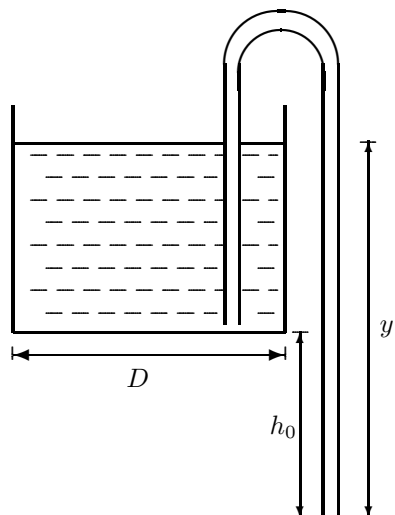
$$\text{Effektivitet:} \quad e = \frac{W}{Q_H} \xrightarrow{\text{Carnot}} 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad \text{Otto: } e = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

$$K = \left| \frac{Q_L}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_L}{T_H - T_L} \quad \epsilon = \left| \frac{Q_H}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_H}{T_H - T_L} \quad \text{Clausius: } \sum \frac{\Delta Q}{T} \leq 0 \quad \oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

$$\text{Entropi:} \quad dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} \quad \Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} \quad S = k_B \ln w$$

## VEDLEGG B

## FAG TFY4105 FYSIKK

Oppgave 2. Fluidodynamikk (teller 20%)

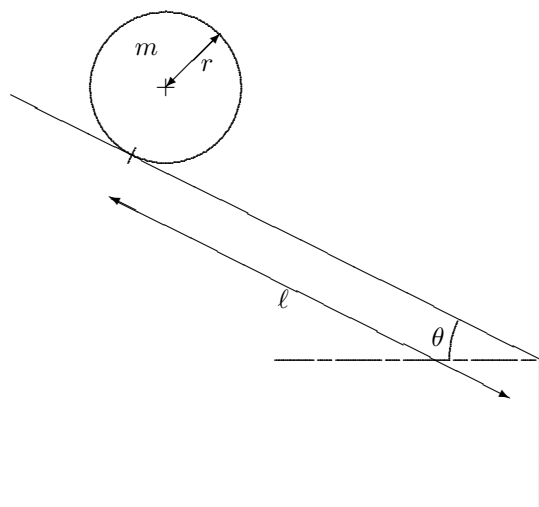
En sylindrisk tank med indre diameter  $D = 0,250$  m (dvs. indre radius  $R = 0,125$  m) er fylt opp med  $V_0 = 25$  dm<sup>3</sup> vann. Tanken skal tømmes med en hevert som består av en slange med indre radius  $r_0 = 4,0$  mm. Inntaket til heverten er rett over bunnen av tanken, og utløpet en høyde  $h_0 = 0,50$  m lavere. Slangen er fra starten fylt med vann.

I pkt. a) b) og c) regner vi med tapsfri stømning, dvs. vi ser bort fra viskositeten til vannet.

- a) Finn først (numerisk) vannoverflatas høyde over utløpet når tømninga begynner, dvs.  $y(t = 0) = y_0$ .
- b) Finn så et uttrykk for strømningshastigheten  $v$  til vannet gjennom heverten som funksjon av høydeforskjellen  $y$ , dvs.  $v(y)$ . Tyngdens akselerasjon,  $g$ , inngår i uttrykket. Finn numerisk verdi for  $v(y_0)$ , dvs. strømningshastigheten når tømninga begynner.
- c) Finn også et uttrykk for vannstrømmen  $Q(y)$  (i m<sup>3</sup>/s). Med tapsfri strømming kan du regne at all væske i røret strømmer med samme hastighet  $v$ . Finn numerisk verdi for  $Q(y_0)$ , dvs. vannstrømmen når tømninga begynner.
- d) Så langt har vi sett bort fra viskositeten til vannet. Med tap pga. viskositet vil vi få såkalt Poiseuillesstrømming i slangen. Anta en vannstrøm på  $Q = 0,20$  dm<sup>3</sup>/s og beregn hvor stort trykkfall det er pga. viskøst tap gjennom slangen når lengden til denne oppgis til 1,70 m. Vil dette trykkfallet innvirke signifikant på vannstrømmen  $Q$  vi beregnet i c) der vi antok null viskøst tap? Svaret må begrunnes men eventuell korrigert  $Q$  trenger du ikke beregne.

Data for vann ved aktuell temperatur:

Viskositet  $\eta = 1,00 \cdot 10^{-3}$  Ns/m<sup>2</sup>, tetthet  $\rho = 1,00 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>.

**Oppgave 3. Skråplan (teller 20%)**

Ei massiv kule med radius  $r$  og masse  $m$  legges på et skråplan med helningsvinkel  $\theta$ , i en avstand  $\ell$  fra kanten av skråplanet. Kula kan rulle eller rutsje (gli) ned skråplanet, avhengig av helningsvinkel og friksjonskoeffisient.

Trehetsmoment for kula er oppgitt på formelark. Du kan anta kulas størrelse er ganske mye mindre enn  $\ell$  (dvs. ikke rette proporsjoner i figuren). Trehetsmoment for kula er oppgitt på formelark. Du kan anta kulas størrelse er ganske mye mindre enn  $\ell$  (dvs. ikke rette proporsjoner i figuren). Friksjonskoeffisienten mellom kula og underlager er  $\mu$ . Rullefriksjon kan du se bort fra ("tapsfri rulling").

Friksjonen er stor nok i oppgavene a), b) og c) til at kula ruller uten å rutsje.

- Hva er den totale kinetiske energien - sum av translasjons- og rotasjonsenergi - uttrykt ved  $v$ ?
- Finn, ved bruk av likninga for energibevarelsen, et uttrykk for farten til kula idet den passerer kanten av skråplanet. Kall denne farten  $v_0$ , og den skal uttrykkes med  $\ell$ ,  $g$  og  $\theta$ .
- Tegn inn alle krefter som virker på kula når den triller på skråplanet. Sett opp de likninger som er nødvendig for å finne uttrykk for akselerasjonen  $a$  nedover langs skråplanet ( $a = dv/dt$ ). Løs ut og finn uttrykket for  $a$ .
- På grunnlag av uttrykket for  $a$  finn hvilken hastighet  $v_0$  kula har fått idet den passerer kanten av skråplanet. Svaret skal selvsagt bli det samme som i b), men energiuttrykkene fra a) og b) skal ikke brukes til utledninga nå.

**Oppgave 4 Svingninger og bølger (teller 10%)**

- Bølgelikninga for lineære systemer er

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0.$$

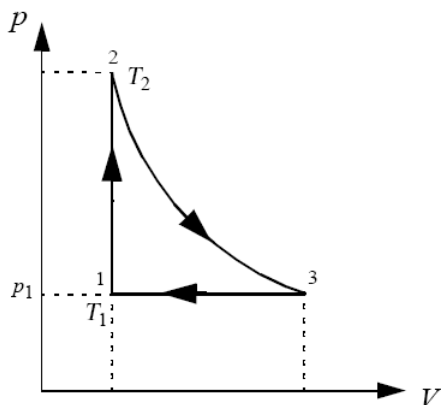
Vis at for de aller fleste valg av funksjonen  $f(u)$  er følgende uttrykk for utsvinget

$$y = f(x \pm vt)$$

ei løsning av bølgelikninga.

Hva er den fysiske tolkninga av parameter  $v$ ?

- Gjør kort rede for superposisjonsprinsippet. Er dette prinsippet gyldig for bølgelikninga gitt ovenfor? Begrunn svaret.

**Oppgave 5. Termodynamikk (teller 20%).**

Anta at  $n$  mol av en ideell to-atomig gass med  $C_V = \frac{5}{2}R$  gjennomgår en termisk syklus som vist i figuren. Prosessen 1 til 2 skjer ved konstant volum, prosessen 2 til 3 er adiabatisk, og prosessen 3 til 1 er ved konstant trykk.

Tallverdier:

$n = 2,00$  mol,  $p_1 = 105$  kPa,  $T_1 = 300$  K og  $T_2 = 750$  K.

- Utled uttrykk for og finn numerisk verdi for tilstandsvariablene  $p_2$  (trykket i tilstand 2) og  $T_3$  (temperaturen i tilstand 3).
- Finn varmemengdene  $Q_{12}$ ,  $Q_{23}$  og  $Q_{31}$  (numeriske verdier).  
PS: Skulle du **ikke** ha funnet temperaturen  $T_3$  i a) kan du bruke  $T_3 = 550$  K (OBS: ikke fasitsvar).
- Hva blir virkningsgraden  $e$  for kretsprosessen?

Formler i vedlegg to påfølgende sider.

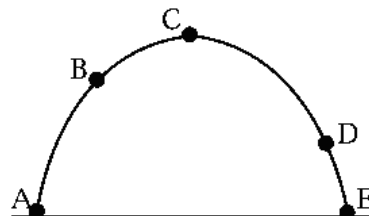
## VEDLEGG A FAG TFY4105 FYSIKK

### Oppgave 1 Flervalgsoppgaver (teller 30%)

Kun ett av svarene er rett. Fyll inn ditt svar med A, B, C, D, E eller blank i hver rute. Rett svar gir 5 p, galt svar gir  $-1$  p, blank gir 0 p.

a) Figuren viser en parabolisk bane fra A til E for en ball som kastes i et homogent tyngdefelt, men i fravær av luftfriksjon. Hva er retninga til ballens akselerasjon i punkt B?

- A) Oppover og til høyre
- B) Nedover og til venstre
- C) Rett opp
- D) Rett ned
- E) Akselerasjonen er null



b) Ei kule med masse 12 g skytes horisontalt inn i ei fastmontert treblokk, og inntrengningsdybden blir 5,2 cm. Hastigheten til kula like før kollisjonen er 640 m/s. Den gjennomsnittlige nedbremsingskrafta fra treblokka på kula var:

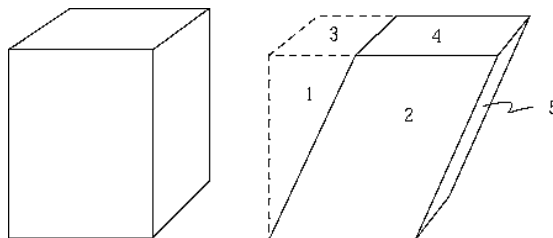
- A)  $4,7 \cdot 10^4$  N
- B) 74 N
- C)  $4,7 \cdot 10^6$  N
- D) Ikke mulig å bestemme, fordi massen til treblokka er ukjent
- E) Ingen av svarene A-D er riktige.

c) Hooke's lov relaterer skjærspenning og skjærtøyning ved formelen

$$T = \frac{F}{A} = \mu \cdot \frac{\Delta x}{y}$$

Figuren viser et legeme som er utsatt for skjærtøyning. Hvilket tall svarer til overflatearealet  $A$  i likninga over?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5



d) En metallstreng med sirkulært tverrsnitt har diameter  $d$  og lengde  $L$ . Metallstrengen blir strekt  $\Delta L$  med ei konstant kraft  $F$ . Hvor mye strekk vil den samme krafta  $F$  vil produsere i en metallstreng av samme metall med diameter  $2d$  og lengde  $2L$ ?

- A)  $\Delta L/8$
- B)  $\Delta L/4$
- C)  $\Delta L/2$
- D)  $2\Delta L$
- E)  $4\Delta L$

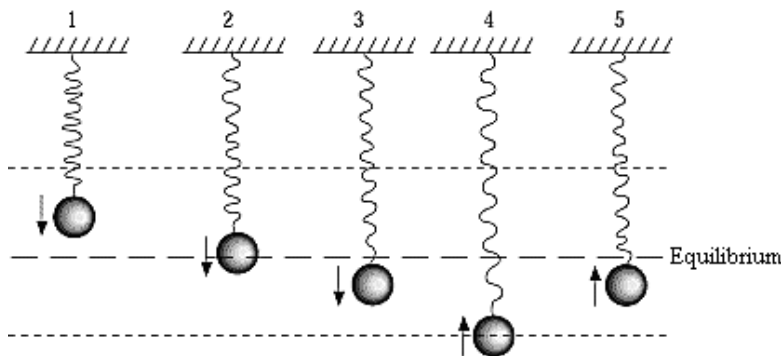
e) En masse er festet til ei masseløs fjær og svinger som en harmonisk oscillator med amplitude 4,00 cm. Når massen er 2,00 cm fra likevektsstillinga, hvor stor andel utgjør den potensielle energien av den totale energien?

- A)  $1/4$
- B)  $1/3$

- C)  $1/2$   
 D)  $2/3$   
 E)  $3/4$

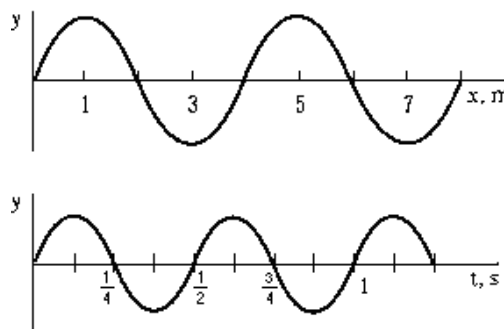
f) Ei kule er festa i ei masseløs fjær og svinger som en udempet harmonisk oscillator om en likevektsposisjon vist med den lang-stiplede linja i figuren. I hvilken av posisjonene 1 - 5 har kula størst akselerasjon (i absoluttverdi)?

- A) 1  
 B) 2  
 C) 3  
 D) 4  
 E) 5



g) Ei bølge brer seg i positiv  $x$ -retning med fart  $v$ . Den øvre grafen viser utsvinget  $y$  som funksjon av avstand  $x$  for et gitt tidspunkt. Den nedre grafen viser utsvinget  $y$  som funksjon av tida  $t$  for et gitt punkt  $x$ . Fra informasjonen i grafen, hva er bølgefarten  $v$ ?

- A) 8,0 m/s  
 B) 4,0 m/s  
 C) 6,0 m/s  
 D) Det er ikke nok informasjon til å løse problemet.  
 E) Ingen av svarene er riktige.



h) Bølgefunksjonen  $y(x, t)$  for ei stående bølge på en streng som er fast i begge ender er gitt ved  $y(x, t) = 0,080 \text{ m} \cdot \sin(6,0 \text{ m}^{-1}x) \cdot \cos(600 \text{ s}^{-1}t)$ . Bølgelengden til denne bølga er

- A) 6,00 m  
 B) 1,05 m  
 C) 600 m  
 D) 0,167 m  
 E) 0,080 m

i) Med grunnlag i kinetisk teori for gasser: Når absolutt temperatur dobles, vil den midlere kinetiske energien til gassmolekylene endres med en faktor

- A) 16  
 B) 2  
 C)  $\sqrt{2}$   
 D) 4  
 E) 0,5

j) En ideell (Carnot) varmpumpe brukes til å pumpe varme fra utvendig luft med temperatur  $-5^\circ\text{C}$  til varmluftforsyningen inne i huset, som er på  $+35^\circ\text{C}$ . Hvor mye arbeid bruker pumpa for å forsyne huset med 1,5 kJ varme?



- A) 0,165 kJ
- B) 0,195 kJ
- C) 0,205 kJ
- D) 0,212 kJ
- E) 0,224 kJ

k) Trykket i en blanding av væske og tilhørende damp (dvs. en mettet damp) avhenger av

- A) Volumet til dampen
- B) Massen til væsken som er fordampet
- C) Bare massetettheten til væsken
- D) Bare temperaturen
- E) Samla volum av væske og damp.

l) Veggen som skiller et kjølerom fra resten av bygget er bygd som et dobbelt lag. Vegg 1 er dobbelt så tykk som vegg 2. Vegg 2 har en varmeledningsevne, ( $\lambda$ ), som er dobbelt så stor som den for vegg 1. Begge veggene har samme areal. Kjøleromstemperaturen og omgivelsenes temperatur holdes konstant. Varmestrømtettheten ( $W/m^2$ ) gjennom vegg 2 sammenliknet med varmemstrømtettheten gjennom vegg 1 er

- A) 4 ganger større
- B) 2 ganger større
- C) Like
- D) 1/2 så stor
- E) 1/4 så stor

m) Ei massiv kule som holder temperatur  $T$  stråler ut energi med en rate  $P$  (i  $W = \text{watt}$ ). Hvis radius til kula dobles (mens temperaturen holdes konstant) vil  $P$  øke med en faktor:

- A) Forbli uendret
- B) 2
- C) 4
- D) 8
- E) 16