Oppgave 1

a) Vi legger en kuleformet Gaussflate inne i kulen. Av symmetrigrunner vil $\bar{E}$ være rettet radielt

$$\int \bar{E}\, d\bar{A} = E \cdot 4\pi r^2$$

$r \leq R$:

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \rho(r) \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{\rho_0 \cdot 4\pi}{\varepsilon_0}\int_0^r r^2\left(1 - \frac{r}{R}\right)dr$$

$$= \frac{4\pi\rho_0}{\varepsilon_0}\left[\frac{r^3}{3} - \frac{r^4}{4R}\right]_0^r = \frac{4\pi\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{r^3}{3} - \frac{r^4}{4R}\right)$$

$$E = \frac{4\pi\rho_0}{4\pi r^2 \varepsilon_0}\left[\frac{r^3}{3} - \frac{r^4}{4R}\right] = \underline{\frac{\rho_0 r}{\varepsilon_0}\left(\frac{4R - 3r}{12R}\right)}$$

$$\vec{E} = \underline{\frac{\rho_0 r}{\varepsilon_0}\left(\frac{4R - 3r}{12R}\right)\hat{r}}$$ der $\hat{r}$ er enhetsvektor i radiell retn.

$r > R$:

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^R \rho(r) \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{4\pi\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{R^3}{3} - \frac{R^4}{4R}\right) = \frac{\pi\rho_0 R^3}{3\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \underline{\frac{\rho_0 R^3}{12\varepsilon_0 r^2}\hat{r}}$$

$$Q = \int_0^R \rho(r)\, dr \cdot 4\pi r^2 = 4\rho_0 \cdot \pi \int_0^R r^2\left(1 - \frac{r}{R}\right)dr = \underline{\frac{\rho_0 \cdot \pi \cdot R^3}{3}}$$

b) $V(r) - V(\infty) = -\int_\infty^r E(r)\, dr$ $\qquad V(\infty) = 0$

$$V(r) = -\int_\infty^r E(r)\, dr$$

$r > R$:

$$V(r) = -\int_\infty^r \frac{\rho_0 R^3}{12\varepsilon_0 r^2}\, dr = \underline{\frac{\rho_0 R^3}{12\varepsilon_0 r}} = \underline{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

$r \le R$:

$$V(r) = -\int_{\infty}^{r} E(r)\,dr = -\int_{\infty}^{R} E(r)\,dr - \int_{R}^{r} E(r)\,dr$$

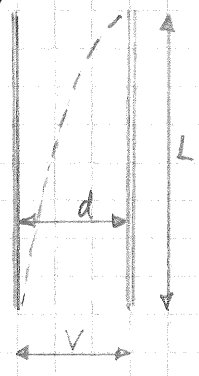
$$= -\int_{\infty}^{R} \frac{\rho_0 R^3}{12\varepsilon_0 r^2}\,dr - \int_{R}^{r} \frac{\rho_0 r}{\varepsilon_0}\left(\frac{4R-3r}{12R}\right)dr$$

$$= \frac{\rho_0 R^3}{12\varepsilon_0 R} - \frac{\rho_0}{12\varepsilon_0 R}\left[2Rr^2 - r^3\right]_R^r$$

$$= \frac{\rho_0 R^2}{12\varepsilon_0} - \frac{\rho_0}{12\varepsilon_0}\left(2r^2 - \frac{r^3}{R} - 2R^2 + R^2\right)$$

$$= \underline{\frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{R^2}{6} - \frac{r^2}{6} + \frac{r^3}{12R}\right)}$$

c)



Kritisk bane er antydet i figuren.

Elektrisk felt mellom platene er $E = \frac{V}{d}$

Elektrisk kraft på ladet partikkel er $F = \frac{q \cdot V}{d}$

Horisontal akselerasjon $a = \frac{F}{m} = \frac{qV}{md}$

Horisontal forskyvning $s = \frac{1}{2}at^2$

Den tiden partiklene befinner seg i bevegelse i pipen, er $t = \frac{L}{v}$

$$s = \frac{1}{2} \cdot \frac{qV}{dm} \cdot \left(\frac{L}{v}\right)^2$$

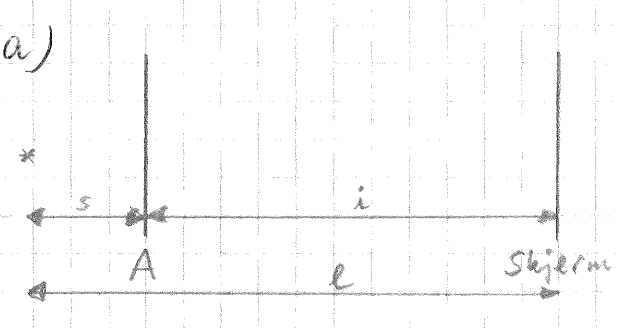
Hvis alle partiklene skal fanges opp, må $s \ge d$

dvs $\frac{1}{2}\frac{qV}{dm}\left(\frac{L}{v}\right)^2 \ge d$

$$q \ge \frac{2m}{V}\left(\frac{vd}{L}\right)^2 = \frac{2 \cdot 10^{-14}}{50}\left(\frac{1 \cdot 2}{10}\right)^2 C \qquad = \underline{1.6 \cdot 10^{-17}\,C}$$

Oppgave 2

a)



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \Rightarrow i = \frac{fs}{s-f}$$

$$i = \frac{f(l-i)}{l-i-f}$$

$$li - i^2 - if = fl - fi$$

$$i^2 - li + fl = 0$$

$$i = \frac{l \pm \sqrt{l^2 - 4fl}}{2} = \frac{100 \pm \sqrt{10000 - 4 \cdot 16 \cdot 100}}{2}\ \text{cm} = \frac{100 \pm 60}{2}\ \text{cm}$$

$\underline{i_1 = 80\ \text{cm} \quad s_1 = 20\ \text{cm}}$ $\qquad$ $\underline{i_2 = 20\ \text{cm} \quad s_2 = 80\ \text{cm}}$

Det er altså to mulige plasseringer

$$M_1 = -\frac{i_1}{s_1} = -\frac{80}{20} = \underline{-4}$$

$$M_2 = -\frac{i_2}{s_2} = -\frac{20}{80} = \underline{-0{,}25}$$

Begge bilder er omvendte og reelle.

b)

$$\frac{1}{f_R} = (n_R - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f_G} = (n_G - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f_B} = (n_B - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\Rightarrow f_G = f_R \cdot \frac{(n_R - 1)}{(n_G - 1)} = 16{,}00 \cdot \frac{(1{,}50 - 1)}{(1{,}5[redacted] - 1)}\ \text{cm} = \underline{15{,}69\ \text{cm}}$$

$$f_B = f_R \cdot \frac{(n_R - 1)}{(n_B - 1)} = 16{,}00 \cdot \frac{(1{,}50 - 1)}{(1{,}52 - 1)}\ \text{cm} = \underline{15{,}38\ \text{cm}}$$

c) Vi bestemmer fokallengden ved å bestemme billedavstanden for et objekt som er langt unna.

Første linse: $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{i_1}$ $\quad s_1 \to \infty$

$\Rightarrow i_1 = f_1$

Det første bildet representerer objektet for den andre linsen: $s_2 = -i_1 = -f_1$

For den andre linsen har vi

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{i_2} = \frac{1}{f_2} \quad \Rightarrow \frac{1}{-f_1} + \frac{1}{i_2} = \frac{1}{f_2}$$

Det andre (og endelige) bildet må være i fokalpunktet for kombinasjonen fordi objektet jo er uendelig langt unna, dvs $i_2 = f$

$$-\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f} = \frac{1}{f_2}$$

$$\underline{\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}} \quad \text{q.e.d.}$$

d) A: $\frac{1}{f_A} = (n_A - 1)\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{-R}\right) = \frac{2(n_A - 1)}{R}$

E: $\frac{1}{f_E} = (n_E - 1)\left(\frac{1}{-R} - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{1 - n_E}{R}$

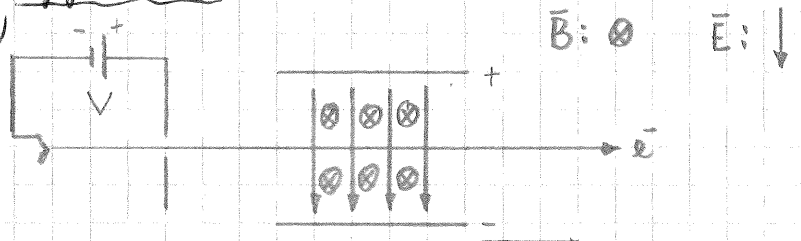
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_A} + \frac{1}{f_E} = \frac{1}{R}(2n_A - 2 + 1 - n_E) = \frac{1}{R}(2n_A - n_E - 1)$$

$$\underline{f = \frac{R}{2n_A - n_E - 1}}$$

e) Vi ser at med de oppgitte verdiene for brytningsindeksene blir $2n_A - n_E - 1 = 0.40$ både for rødt, gult og blått lys. Fokalavstanden for linsedubletten blir derfor den samme for de tre farvene.

Oppgave 3

a)



$eV = \frac{1}{2}mv^2 \qquad v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$

$eE = evB \Rightarrow B = \frac{E}{v} = E\cdot\sqrt{\frac{m}{2eV}} = 6.0\cdot10^6\sqrt{\frac{9.11\cdot10^{-31}}{2\cdot1.6\cdot10^{-19}\cdot150}}\ T$

$B = \underline{0.83\,T}$

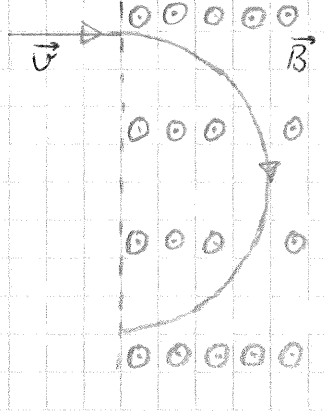
Hvis det elektriske feltet er rettet nedover (+ øverst), vil den elektriske kraften dra elektronene oppover. For å motvirke dette må det magnetiske feltet være rettet inn i papiret.

b) Sentripetalakselerasjonen i magnetfeltet er $a = \frac{v^2}{r}$

$F = evB = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow m = \frac{eBr}{v} \qquad v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$

$m = eBr\sqrt{\frac{m}{2eV}}$

$m = \frac{e\cdot B^2r^2}{2V} = \frac{1.60\cdot10^{-19}\cdot0.12^2\cdot0.5005^2}{2\cdot3\cdot10^3}\ kg = \underline{9.62\cdot10^{-26}\ kg}$



Magnetfeltretning ut av papiret