NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Kontakt under eksamen:
Eivind Hiis Hauge
Telefon: 73 59 36 51 / 90 85 01 31

EKSAMEN TFY4115 FYSIKK[1]
for MTEL, MTTK og MTNANO
20. august 2010 kl. 1500 - 1900
Bokmål

Hjelpemiddel C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling (alle språkutgaver)
- Godkjent kalkulator, med tomt minne

Side 2-4: 6 oppgaver med tilsammen 16 punkt, pluss et ekstra punkt (2d) som eventuelt kan gi bonuspoeng.
Vedlegg: 2 sider formler.

I dette oppgavesettet spørres det etter tallsvar bare i oppgavene 1c, 4a og 5b. For alle de øvrige spørsmålene har svarene form av bokstavuttrykk, eventuelt med korte kommentarer. Alle 16 enkeltpunktene teller i utgangspunktet likt.

Svar først på de spørsmålene som er de letteste for **deg**! Mange av punktene kan besvares, helt eller delvis, uten at du kjenner svaret på de foregående punktene.

Oppgavesettet er utarbeidet av Eivind Hiis Hauge, og er sett gjennom av Jon Andreas Støvneng.

Sensuren faller innen 27. august.

[1] To åpenbare trykkfeil i det opprinnelige oppgavesettet er rettet, figuren i oppgave 2 er gjort klarere, definisjonen av den termiske utvidelseskoeffisinten er eksplisitt gitt, og punkt 2d er omdefinert i til et frivillig ekstrapunkt med tilhørende bonuspoeng, dersom du får til noe på dette punktet.

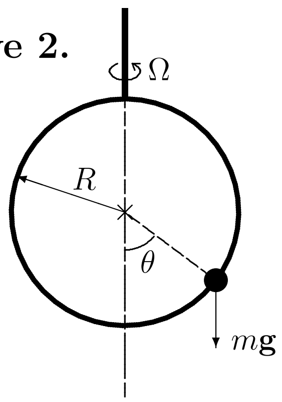
Oppgave 1

1a. Et legeme med masse m kastes fra horisontalplanet med en utgangshastighet $\mathbf{v}_0$ som danner vinkelen α med dette planet. Legemet lander på horisontalplanet i avstanden L fra utgangspunktet. Med gitt $v_0 = |\boldsymbol{v}_0|$, bestem den maksimale L og den tilhørende α.

1b. Vi bruker kastbevegelsen i punkt 1a som en enkel modell for å diskutere idrettsøvelsen "lengdehopp uten tilløp". Hvilken kraftimpuls, $\boldsymbol{I} = \int_{\Delta t} \boldsymbol{F}(t)\mathrm{d}t$, må en lengdehopper med masse m prestere i frasparket (i løpet av det korte tidsrommet Δt) for å oppnå lengden L?

1c. Anta at hopperen, iført fullt månelandingsutstyr, klarer å hoppe lengden L_J her på jorda. Hvor langt, L_M, burde han da kunne hoppe på månens overflate? Jordas og månens masser er, henholdsvis, ca. $M_J = 6.0 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$ og $M_M = 7.4 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}$, og radiene er $R_J = 6\,400\,\mathrm{km}$ og $R_M = 1\,700\,\mathrm{km}$.

Oppgave 2.



En motor sørger for at en ring med radius R roterer med konstant vinkelhastighet Ω om en vertikal akse gjennom ringens sentrum. En liten kule med masse m er tredd inn på ringen, og glir på denne med neglisjerbar friksjon. Kula slenges utover av sentrifugalkraften, og holdes tilbake av tyngdekraften.

2a. Finn et uttrykk for kulas dynamiske likevektsposisjon θ_{eq} som funksjon av Ω (og konstantene i problemet). Hva er den minimale vinkelhastighet, Ω_m, som må til for at likevektsposisjonen *ikke* er rett under ringens sentrum. Eller: Hva må rotasjonshastigheten være for at $\theta_{\mathrm{eq}} > 0$?

2b. Anta nå at $\Omega < \Omega_m$, slik at $\theta_{\mathrm{eq}} = 0$. Mens ringen roterer med konstant vinkelhastighet, dytter vi kula ørlite ut av sin dynamiske likevektsposisjon $\theta_{\mathrm{eq}} = 0$. Dermed vil kula oscillere på den roterende ringen med vinkelfrekvens ω_0. Bruk uttrykk for nettokraften langs ringen til å finne et uttrykk for ω_0 som funksjon av Ω. (For små θ kan vi skrive: $\cos\theta \approx 1$ og $\sin\theta \approx \theta$.) Hva skjer med ω_0 når $\Omega \to \Omega_m^-$?

2c. Kulas oscillasjonsbevegelse kan beskrives i et roterende koordinatsystem med origo i θ_{eq}. Men i et roterende koordinatsystem, her med vinkelhastighet $\boldsymbol{\Omega}$, vil kula utsettes for Corioliskraften $2m\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{\Omega}$, der $\boldsymbol{u}$ er kulas hastighet relativt dette roterende systemet. Hvilken effekt har Corioliskraften på kulas oscillasjonsbevegelse?

2d. Hva blir oscillasjonsfrekvensen ω_0 dersom $\Omega > \Omega_m$, slik at $\theta_{\mathrm{eq}} > 0$? Bruk at for små avvik, ε, fra θ_{eq} kan vi skrive:

$$\cos(\theta_{\mathrm{eq}} + \varepsilon) \approx \cos\theta_{\mathrm{eq}} - \varepsilon\sin\theta_{\mathrm{eq}} \quad ; \quad \sin(\theta_{\mathrm{eq}} + \varepsilon) \approx \sin\theta_{\mathrm{eq}} + \varepsilon\cos\theta_{\mathrm{eq}}.$$

Hva skjer når $\Omega \to \Omega_m^+$? Kommentarer?

Oppgave 3

En bils totale masse, inklusive hjul og fører, er M. På et gitt tidspunkt beveger bilen seg rett fremover på en horisontal vei med en hastighet V. Friksjonskraften mot bevegelsen (i alt vesentlig på grunn av luftmotstanden) er F_{luft}. Ved dette tidspunktet leverer bilens motor et dreiemoment τ til hvert av de to drivhjulene, som har radius R.

3a. Når vi neglisjerer hjulenes masse relativt bilens totale masse M, hva blir uttrykket for bilens akselerasjon $\dot{V}$ som følge av dreiemomentet motoren leverer?

3b. Dersom vi nå tar hensyn til at hvert av de fire hjulene har masse m og treghetsmoment $I_0 = \sigma m R^2$ (der σ er et tall i overkant av en halv), hvordan modifiseres uttrykket for bilens akselerasjon?

Oppgave 4

En varm sommerdag fylles den nedgravde lagertanken på en bensinstasjon med bensin fra en tankbil. Bensinen holder $27\,^\circ\mathrm{C}$, og tankbilen måler antall liter solgt til stasjonen ved fylling av lagertanken. Temperaturen nede i bakken, der lagertanken befinner seg, er $9\,^\circ\mathrm{C}$. Etter et døgn eller to har også den påfylte bensinen denne temperaturen. Når bileieren så fyller fra bensinpumpa, måles antall liter nedkjølt bensin. Bensinprisen er 13 kroner per liter, og den termiske utvidelseskoeffisienten til bensin er $\beta = 0.95 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$. (Per definisjon er $\Delta V/V = \beta \Delta T$.)

4a. Hvor mange øre per liter bensin taper stasjonseieren på temperaturdifferansen mellom kjøpt og solgt bensin?

Oppgave 5

5a. Skisser fasediagrammet i (p, T)-planet for H_2O. (Vi ser bort fra de spesielle strukturvariantene av is ved ekstreme trykk.) Angi hvor gass-, væske- og faststoff-fasen befinner seg i diagrammet. Hvor er trippelpunktet og det kritiske punkt, og hva er spesielt med dem?

5b. Ved trippelpunktet er smeltevarmen for is $L_s = 333\,\mathrm{kJ/kg}$ og fordampningsvarmen for vann $L_f = 2\,501\,\mathrm{kJ/kg}$. Hva er sublimasjonsvarmen L_{su} ved trippelpunktet?

Oppgave 6

I første del av denne oppgaven skal vi beregne arbeidet for isotermt å komprimere en ideell gass, for så å bruke dette til å finne entropiendringen i den irreversibel prosessen "spontan ekspansjon i et termisk og mekanisk lukket system". I andre del skal vi tilsvarende se på en ideell gassblanding og beregne det minimale arbeidet som skal til for å separere de to komponentene. Til slutt skal vi beregne entropiøkningen når to énkomponent gasser med samme trykk tillates spontant å blande seg med hverandre.

6a. I en beholder med volum V_0 og ved temperaturen T befinner det seg n mol ideell gass. Ved hjelp av et stempel i beholderen komprimeres gassen langsomt og isotermt fra begynnelsesvolumet V_0 til sluttvolumet V_1. Hva er arbeidet som må tilføres under kompresjonen?

6b. Bruk uttrykket for entropifunksjonens differensial, $\mathrm{d}S = \mathrm{d}Q/T$, og varmelærens første hovedsetning til å finne entropiendringen i kompresjonsprosessen. Hvordan kan en fra dette finne entropiendringen ved en spontan, irreversibel ekspansjon fra V_1 til V_0 i et termisk og mekanisk *lukket* system?

En av mulighetene i forbindelse med CO_2-separasjon og lagring, er separasjon av en gassblanding der CO_2 inngår. Vi kan bruke en idealisert generalisering av argumentene ovenfor til å bestemme den *minimale* energien (det minimale arbeidet) som må til i en slik separasjonsprosess. For enkelhets skyld tenker vi oss en ideell gassblanding med n mol totalt, som består av $x_1 n$ mol av gasskomponent 1, og $x_2 n$ mol av gasskomponent 2. (For de to molbrøkene gjelder da at $x_1 + x_2 = 1$.) Blandingen er plassert i en beholder med totalt volum V_0 som holdes ved den konstante temperaturen T. I hver ende av den sylindriske beholderen er det et stempel. Det ene slipper gjennom gasskomponent 1, men ikke 2. Det andre slipper gjennom gasskomponent 2, men ikke 1. De to stemplene skyves så langsomt og isotermt mot hverandre inntil de møtes. Da er gassen på den ene siden ren 1, med volum V_1. På den andre siden av stemplene er gassen ren 2, med volum V_2. Vår idealiserte prosess har separert de to gasskomponentene, og enklere og billigere kan det ikke gjøres. (I praksis er det både vanskeligere og dyrere!)

6c. Bestem arbeidet som må gjøres i den idealiserte, isoterme prosessen beskrevet ovenfor. Er det en god idé, fra et energiøkonomiseringssynspunkt, å la separasjonsprosessen foregå ved høy temperatur?

6d. Hva er betingelsen for at trykket i de to gassvolumene etter separasjonsprosessen er det samme som det totale gasstrykket i den opprinnelige blandingen?

6e. Til slutt skal vi bestemme entropiendringen når to gasser med samme trykk spontant blander seg i et termisk lukket system. Velg derfor V_1 og V_2 slik at trykket på begge sider av stemplene er det samme som trykket i blandingen i hele volumet, $V_1 + V_2 = V_0$. Bruk samme argumentasjon som i punkt 6b til å bestemme entropiendringen i prosessen, der to ideelle gasser spontant blander seg med hverandre. Uttrykk svaret ved n, R, og molbrøkene x_1 og x_2.