Løsningsforslag eksamen TFY4129 Fysikk for kjemi og materialteknologi 6. des 2003

Oppgave 1 Elektrostatikk

a) Det elektriske feltet er i følge Gauss lov gitt ved:

$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inne}}{\varepsilon_0}$$

Det elektriske feltet inne i den minste kula, for $r<r_a$, bestemmes ved å benytte en Gaussflate som et kuleskall med radius $r<r_a$, og bestemme ladningen Q_{inne} innenfor Gaussflaten:

$$Q_{inne} = \iiint \rho(r) dV = \int_0^r \rho_0 \frac{r}{r_a} 4\pi r^2 dr = \frac{4\pi\rho_0}{r_a}\int_0^r r^3 dr = \frac{4\pi\rho_0}{r_a}\frac{1}{4}r^4 = \underline{\frac{\rho_0\pi}{r_a}r^4}$$

Da $\vec{E}$ er parallell med $d\vec{A}$ er: $\vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot dA.$ Arealet av et kuleskall er $A=4\pi r^2$
Finner da det elektriske feltet fra Gauss lov:

$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \iint E \cdot dA = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\rho_0\pi}{r_a}r^4$$

$$E = \frac{\rho_0 \pi r^4}{4\pi r^2 \varepsilon_0 r_a} = \underline{\frac{\rho_0 r^2}{4\varepsilon_0 r_a}}$$

Det elektriske feltet skal uttrykket med Q. Benytter da: $\rho_0 = \dfrac{Q}{\pi r_a^3}$

$$E = \frac{Q}{\pi r_a^3}\frac{r^2}{4\varepsilon_0 r_a} = \underline{\underline{\frac{Q \cdot r^2}{4\pi\varepsilon_0 r_a^4}}}$$

Det elektriske feltet i rommet mellom de to kulene $r_a<r<r_b$ bestemmes ved å benytte en Gaussflate som et kuleskall med radius $r_a<r<r_b$. Ladningen innenfor denne Gaussflaten er den totale ladningen over den minste kula dvs Q. E er da:

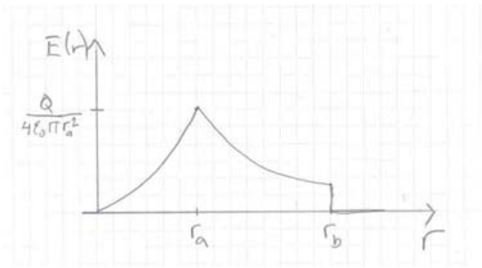
$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \iint E \cdot dA = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\underline{\underline{E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}}$$

Det elektriske feltet utenfor to kulene $r>r_b$ bestemmes ved å benytte en Gaussflate som et kuleskall med radius $r>r_b$. Ladningen innenfor denne Gaussflaten er den totale ladningen over de to kulene dvs:
$Q_{inne} = Q-Q=0.$

Nettoladningen innenfor Gaussflaten er null dvs at det elektriske feltet utenfor kulekondensatoren $\underline{E(r) = 0}$

Skisse av det elektriske feltet:



b) Elektrisk potensial.
Regner elektrisk potensial relativt til V(∞)=0.

Utenfor kulekondensatoren $r>r_b$ er det elektriske potensialet:

$$\Delta V = V(r) - V(\infty) = \int_r^{\infty} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$V(r) = \int_r^{\infty} 0\cdot dl = \underline{\underline{0}}$$

Det elektriske potensialet i rommet mellom ytre og indre kule $r_a<r<r_b$:

$$\Delta V = V(r) - V(\infty) = \int_r^{\infty} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$V(r) = \int_r^{r_b} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr + \int_{r_b}^{\infty} 0\cdot dl = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\Bigg|_r^{r_b}\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg| = \underline{\underline{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_b}\right)}}$$

Det elektriske potensialet inne i den minste kula $r<r_a$:

$$\Lambda V = V(r) - V(\infty) = \int_r^{\infty} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$V(r) = \int_r^{r_a} E(r<r_a)dr + \int_{r_a}^{r_b} E(r_a<r<r_b)dr = \int_r^{r_a} \frac{Q\cdot r^2}{4\pi\varepsilon_o r_a{}^4}dr + \int_{r_a}^{r_b} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^r}dr$$

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o r_a{}^4}\Bigg|_r^{r_a}\frac{1}{3}r^3\Bigg| + V(r_b) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left\{\frac{1}{3r_a{}^4}\left(r_a{}^3 - r^3\right) + \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)\right\}$$

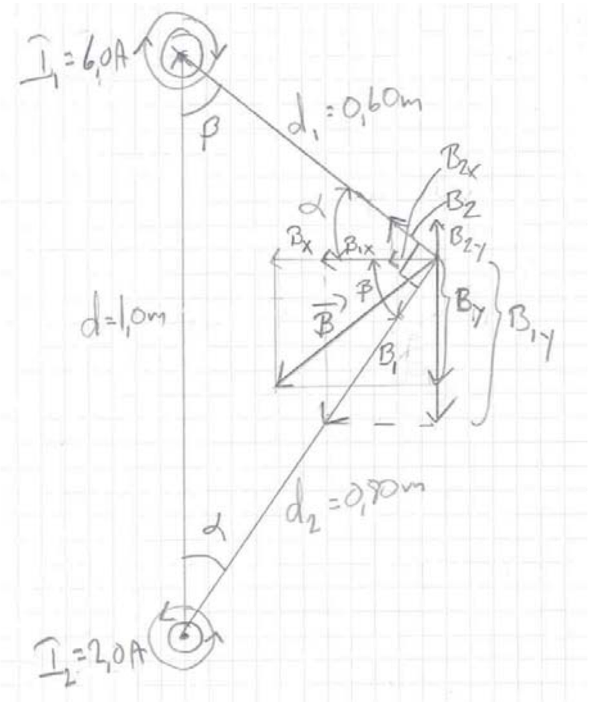
$$\underline{\underline{V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{4}{3r_a} - \frac{1}{r_b} - \frac{r^3}{3r_a{}^4}\right)}}$$

c) Kapasitans:

$$C = \frac{Q}{V_a - V_b} = \frac{Q}{\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_a} - \dfrac{1}{r_b}\right)} = \underline{\underline{\frac{4\pi\varepsilon_o r_a r_b}{r_b - r_a}}}$$

Oppgave 2. Magnetisme. Elektriske kretser

a) Magnetisk felt: Finner det magnetiske feltet i punktet P ved å bestemme feltet som oppstår pga de to strømførende lederne, og bruker deretter superposisjonsprinsippet på komponentene av de to feltene.



Det magnetiske feltet fra den strømførende lederen I_1:

$$B_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi d_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{T \cdot m}{A}\,6{,}0A}{2\pi \cdot 0{,}60m} = \underline{2{,}0\mu T}$$

$$B_{1x} = -B_1 \cos\beta = -2{,}0 \cdot 10^{-6}\,T\,\frac{0{,}6}{1{,}0} = \underline{-1{,}20\mu T}$$

$$B_{1y} = -B_1 \sin\beta = -2{,}0 \cdot 10^{-6}\,T\,\frac{0{,}8}{1{,}0} = \underline{-1{,}60\mu T}$$

Det magnetiske feltet fra den strømførende lederen I_2:

$$B_2 = \frac{\mu_o I_2}{2\pi d_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{T \cdot m}{A}\,2{,}0A}{2\pi \cdot 0{,}80m} = \underline{0{,}5\mu T}$$

$$B_{2x} = -B_2 \cos\alpha = -0{,}5 \cdot 10^{-6}\,T\,\frac{0{,}8}{1{,}0} = \underline{-0{,}4\mu T}$$

$$B_{2y} = -B_2 \sin\alpha = -0{,}5 \cdot 10^{-6}\,T\,\frac{0{,}6}{1{,}0} = \underline{0{,}3\mu T}$$

Det resulterende feltet i punktet P:
x- komponenten: B_{1x} og B_{2x} peker begge i samme retning, negativ x-retning:

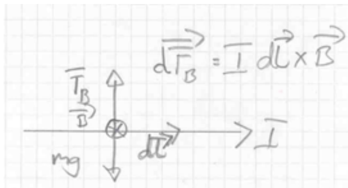
$$B_x = B_{1x} + B_{2x} = -1{,}20\mu T - 0{,}4\mu T = \underline{-1{,}6\mu T}$$

y-komponenten: B_{1y} og B_{2y} peker i motsatte retninger:

$$B_y = B_{1y} + B_{2y} = 0{,}3\mu T - 1{,}6\mu T = \underline{-1{,}3\mu T}$$

$$\underline{\underline{\vec{B} = -2{,}0\mu T \cdot \vec{i} - 1{,}3\mu T \cdot \vec{j}}}$$

b) <u>Den magnetiske kraften</u> er lik tyngdekraften:

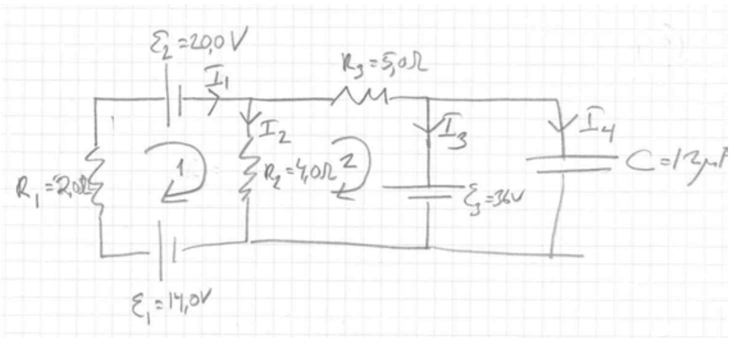


$$F_B = I \cdot l \cdot B = mg$$

$$I = \frac{mg}{l \cdot B} = \frac{50g \cdot 9{,}8m/s^2}{0{,}25m \cdot 1{,}33T} = \underline{\underline{1{,}47A}}$$

Retningen på strømmen er i følge høyrehåndsregelen fra venstre mot høyre.

c) <u>Strømmene i kretsen nedenfor:</u>
Velger strømretning og slynger som vist på figuren.



Strømmen I_4 gjennom kondensatoren er null når kondensatoren er fullt oppladet, $\underline{I_4=0}$

Bruker Kirchhoffs slyngeregel på slynge 1) og 2), og knutepunktregelen:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0$$

$$14V - 20V - 2\Omega \cdot I_1 - 4\Omega \cdot I_2 = 0$$

1) $$-6V - 2\Omega \cdot I_1 - 4\Omega \cdot I_2 = 0$$

$$3A + I_1 + I_2 = 0$$

$$I_1 = -3A - 2I_2$$

2)
$$-\varepsilon_2 + R_2 I_2 - R_3 I_3 = 0$$
$$-36V + 4\Omega \cdot I_2 - 5\Omega \cdot I_3 = 0$$

Knutepunkt:
$$I_1 = I_2 + I_3$$
$$I_3 = I_1 - I_2 = -3A - 2I_2 - I_2 = -(3A + 3I_2)$$

Innsatt for I_3 i slynge 2:

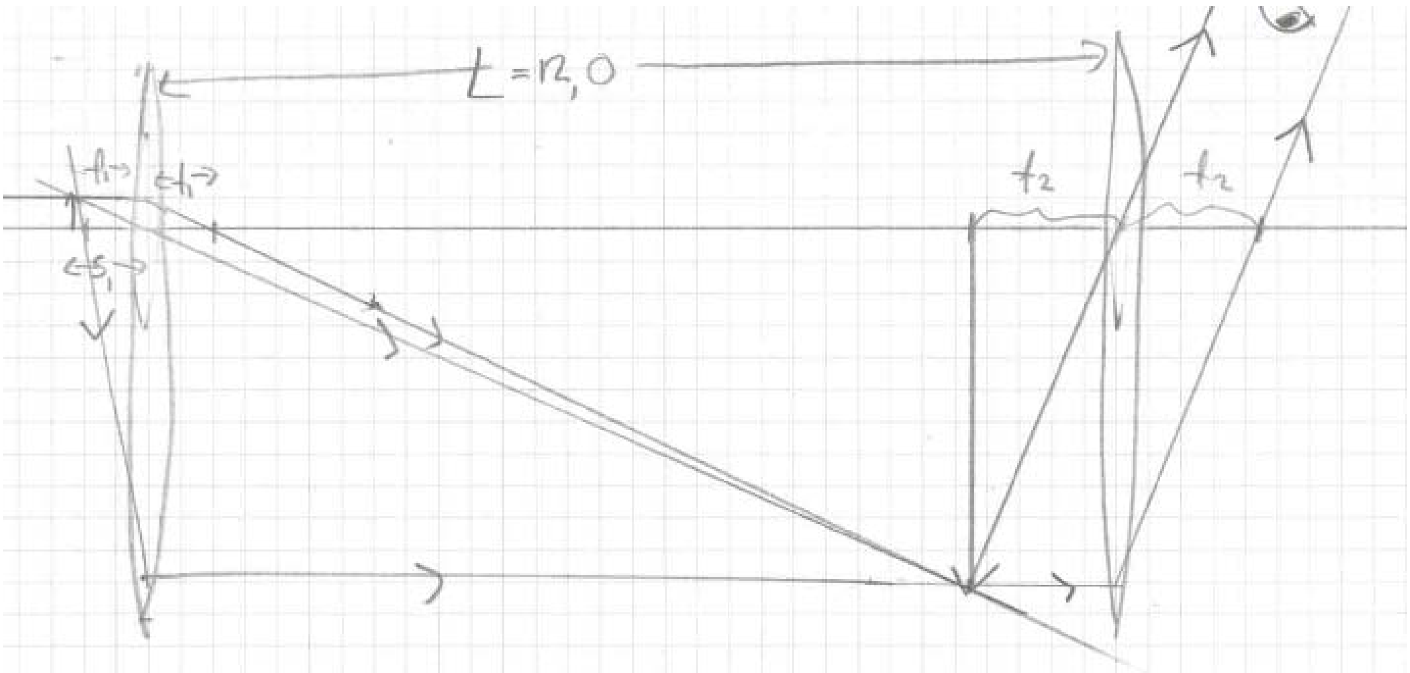
$$-36V + 4\Omega \cdot I_2 + 5\Omega(3A + 3I_2) = 0$$
$$-21A + 19I_2 = 0$$
$$\underline{\underline{I_2 = 1{,}1A}}$$

$$I_3 = I_1 - I_2 = -3A - 3 \cdot 1{,}1A = \underline{\underline{-6{,}3A}}$$
$$I_1 = I_2 + I_3 = -6{,}3A + 1{,}1A = \underline{\underline{-5{,}2A}}$$

I_1 og I_3 går i motsatt retning enn antatt på figuren.

Oppgave 3. Optikk

Strålegangen gjennom linsesystemet:



Dersom bildet fra okularet er uendelig langt ute må det ligge i okularets fokalpunkt:
Bildeavstanden fra objektivet er da:

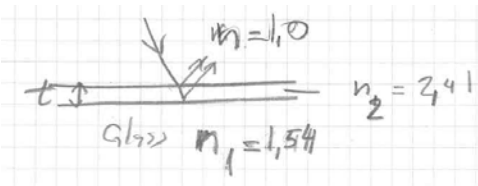
$S_1^1 = L - f_2 = 12cm - 18mm = \underline{102mm}$

Avbildingen i objektivlinsen gir objektivavstand S_1:

$$\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_1^1} = \frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{S_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{S_1^1} = \frac{1}{8mm} - \frac{1}{102mm} = (0,125 - 0,009)mm^{-1}$$

$$\underline{\underline{S_1 = 8,62mm}}$$

b) 

Kriteriet for destruktiv interferens:
Faseforskjell:

$$\varphi = (2m+1)\pi$$

Her skyldes faseforskjellen forskjellen i tilbakelagt veilengde 2t pluss faseforskyning π når lyset går mot et tettere medium (luft-antirefleksbelegg):

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2t - \pi = (2m+1)\pi$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2t = 2m \cdot \pi$$

Minste t oppnåes for m=1:

$$t = \frac{\lambda}{2}$$

Lysets bølgelengde gjennom antirefleksbelegget er $\lambda = \lambda_o / n_2$
der λ_o=500 nm er bølgelengden i luft.

Den minste tykkelsen på antirefleksbelegget er da:

$$t = \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2}\frac{\lambda_o}{n_2} = \frac{500nm}{2 \cdot 2,41} = \underline{\underline{103,73nm}}$$

d) Diffraksjonsmønsteret har null intensitet når>:

$$\sin\theta = m_d \frac{\lambda}{a}$$

Interferensmaksima oppnås for:

$$d \sin\theta = m_i \lambda$$

Når disse to vinklene θ er like viskes interferensmaksima ut:

$$\sin\theta = m_d \frac{\lambda}{a} = m_i \frac{\lambda}{d}$$

$$\frac{m_d}{m_i} = \frac{a}{d} = \frac{20\mu m}{100\mu m} = \frac{1}{5}$$

dvs det sentrale diffraksjonsmaksima er innenfor m_d=±1 og m_i<±5.

Har da interferensmaksima for:
m_i= -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4

<u>Totalt 9 interferensmaksima</u>