Studentnummer:______________________
Studieretning:________________________

Bokmål Side 1 av 1

NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Institutt for fysikk, Gløshaugen
Professor Jon Otto Fossum, 73593482, mob, 91139194

EKSAMEN I EMNE TFY4120 FYSIKK

Fredag 3. desember 2004
Tid: kl 09.00-13.00

Hjelpemidler: Alternativ C
Godkjent lommekalkulator
Rottman: Matematisk formelsamlong (alle språkutgaver)
Barnett og Cronin: Mathematical Formulae

Eksamen består av:
1. Førstesiden (denne siden) <u>**som skal leveres inn**</u> **som svar på flervalgsspørmålene**.
2. 2 "normale" oppgaver 1 og 2 (Vedlegg A)
3. Et sett med flervalgsspørmål, Oppgave 3 (Vedlegg B)

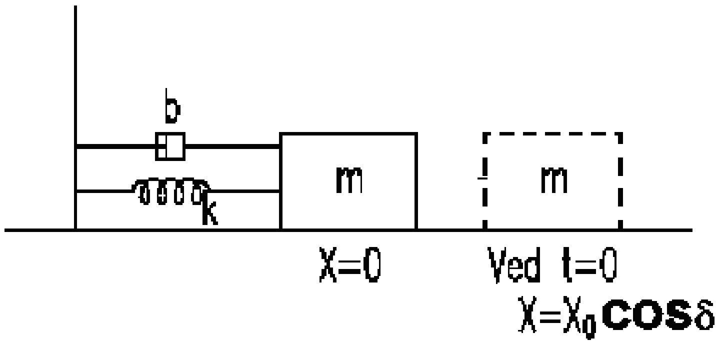
De to "normale" oppgavene samlet teller 50%, og flervalgspørsmålene samlet teller 50%,. Ved besvarelsene av flervalgsspørmålene skal bare ETT av svaralternativene A-E angis for hvert av de 24 spørsmålene. Riktig svar gir ett poeng mens feil svar gir null poeng.

Svar på flervalgsspørmål i vedlegg B:

Spørsmål	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Svar	D	D	D	C	B	C	E	A	C	B	E	E

Spørsmål	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Svar	E	D	A	C	D	A	D	C	E	A	C	C

Oppgave 1: Svingebevegelse



Figuren viser en kloss med masse m som beveger seg friksjonsfritt på et horisontalt underlag. Klossen er festet til en vegg med en horisontal fjær med fjærkonstant k, og i tillegg festet med et dempeledd med lineær dempingskonstant b.

Kommentar (ikke del av fasiten): Denne oppgaven er hentet fra læreboka Tipler&Mosca Delkapittel 14-4 om Dempede Svigninger, sidene 445-447.

a) Vis ved hjelp av kraftbalanse mot Newton's andre lov, F = ma (a er akselerasjonen), at differensialligningen som beskriver klossens utsving x fra likevektsposisjonen x = 0, kan skrives som:

$$-kx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad (1)$$

Identifiser hvert av leddene i denne ligningen, og forklar fortegnene foran hvert ledd.
Svar på a):
Leddet på høyre side av ligningen er masse ganger akselerasjon ma = $m(d^2x/dt^2)$. På venstre side av ligningen er de to kreftene som virker "motsatt av" bevegelsen, dvs begge disse kreftene gir negativ akselerasjon, -kx er fjærkraften som til enhver tid vil dra klossen mot likevektsposisjonen, mens kraften –bdx/dt er dempingskraften som stopper bevegelsen etter en tid.

b) Ved innsetting kan vises at en løsning som tilfredsstiller ligning (1), er:

$$x(t) = x_0\, e^{-t/2\tau} \cos(\omega' t + \delta) \qquad (2)$$

hvor $\tau = m/b$, $\omega' = \omega_0\,[1-(2\omega_0\tau)^{-2}]^{1/2}$ og $\omega_0 = (k/m)^{1/2}$
Hva er enhetene til henholdsvis x, k, b, τ, ω' og ω_0?
Svar på b):
Høyresiden av ligning (1) har dimensnjon masse ganger akselerasjon, dvs. $[m(d^2x/dt^2)] = kgm/s^2$. Dimensjonsanalyse av ligning (1) gir da:
[x] = meter, [k] = kg/sek.^{2}, [b] = kg/sek., [t] = sek., [w`] = sek.$^{-1}$, [w$_0$] = sek.$^{-1}$.

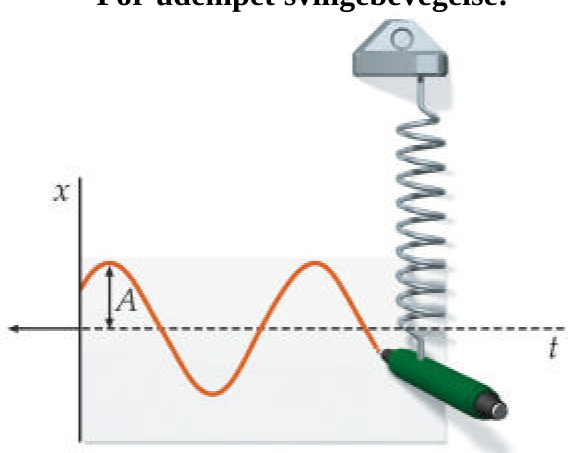
c) Diskuter løsningen ligning (2) for tilfellet at svingebevegelsen ikke er dempet: dvs b = 0. Hvor stor er ω` for dette tillfellet?
Svar på c):
Dette tilfellet er et spesialtilfelle av ligning (1), som er beskrevet i Tipler&Mosca delkapittel 14-1: Enkel svingebevegelse, og w` = w_0**. I dette tilfellet er bevegelsen udempet, og beskrevet en enkel udempet sinus (eller cosinus) på formen** $x(t) = x_0 \cos (w_0 t + d)$**.**

d) Diskuter løsningen ligning (2) for tilfellet at svingebevegelsen kun er svakt dempet: Kriteriet for svak demping er at b << $2m\omega_0$. Hvor stor er ω` nå? Hva kalles dette grensetilfellet med svak demping?
Svar på d):
Dette tilfellet kalles underdempet, dvs vi har en svingebevegelse som dempes ut, og klossen svinger med frekvens w` » w_0**.**

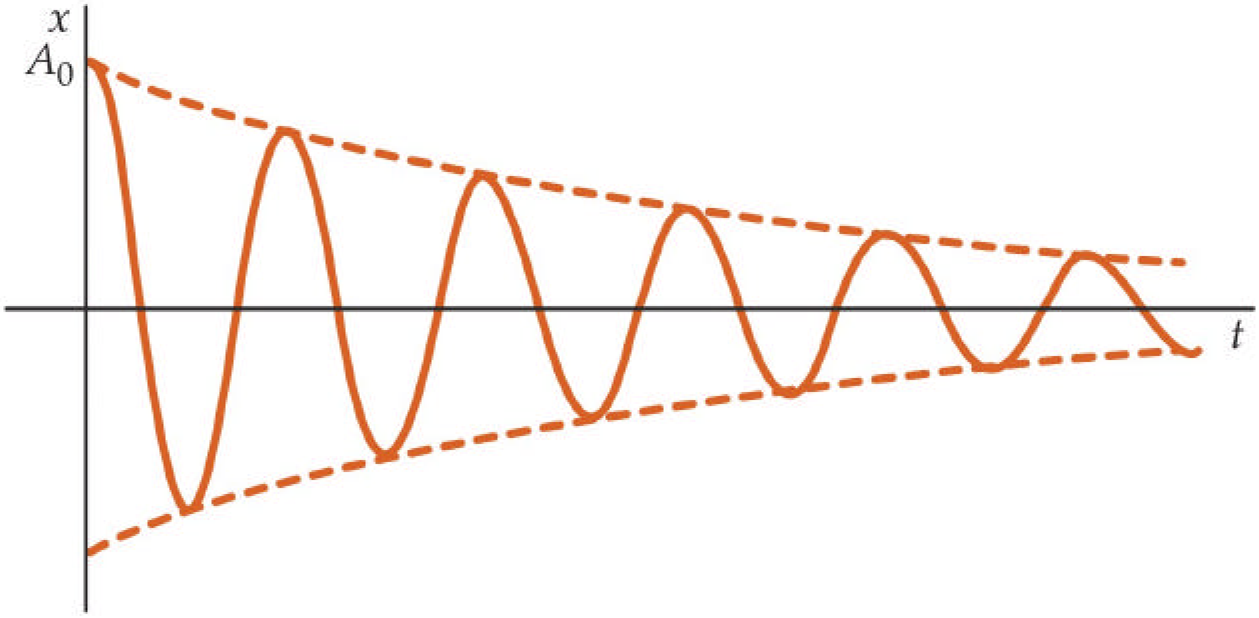
e) Hva skjer når $b = b_c = 2m\omega_0$. Hva kalles dette tilfellet?
Svar på e):
Dette tilfellet kalles kritisk dempet bevegelse og nå er w` **= 0, dvs vi har ingen svigninger omkring likevekt, men klossen når likevekt iløpet av EN periode.**

f) Diskuter tilfellet at svingebegelsen er sterkt dempet, dvs b >> b_c. Hva kalles dette tilfellet med sterkt demping?
Svar på f):
Dette tilfellet kalles overdempet, og systemet svinger ikke, men klossen beveger seg "sakte" mot likevekt.

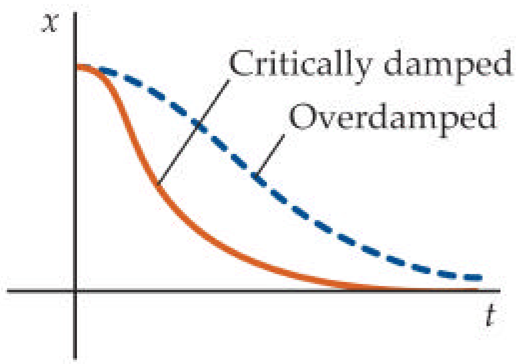
g) Lag en skisse av x(t) som viser alle tilfellene c), d), e) og f) i samme graf.
Svar på g):
For udempet svingebevegelse:



For underdempet svingebevegelse:



For kritisk dempet og overdempet svingebevegelse:



h) Vis at ligning (2) tilfredsstiller ligning (1).

Svar på h):

Skriv ligning (1) på formen:

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} = 0$$

hvor Q = x, L = m, 1/C = k, og R = b.

Vi har da at:

$$Q = Q_0 e^{-Rt/2L} \cos \omega' t$$

hvor t = L/R, og $Q_0 = x_0$, og vi får:

$$\frac{dQ}{dt} = -Q_0 e^{-Rt/2L}\left[\omega' \sin \omega' t + \frac{R}{2L}\cos \omega' t\right]$$

$$\frac{d^2Q}{dt^2} = Q_0 e^{-Rt/2L}\left[\left(\frac{R^2}{4L^2} - \omega'^2\right)\cos \omega' t + \frac{R\omega'}{L}\sin \omega' t\right]$$

som ved innsetting i differensialligningen gir:

$$LQ_0 e^{-Rt/2L}\left[\left(\frac{R^2}{4L^2} - \omega'^2\right)\cos \omega' t + \frac{R\omega'}{L}\sin \omega' t\right] + \frac{Q_0}{C} e^{-Rt/2L}\cos \omega' t - RQ_0 e^{-Rt/2L}\left[\omega' \sin \omega' t + \frac{R}{2L}\cos \omega' t\right] = 0$$

dvs

$$L\left[\left(\frac{R^2}{4L^2} - \omega'^2\right)\cos \omega' t + \frac{R\omega'}{L}\sin \omega' t\right] + \frac{1}{C}\cos \omega' t - R\left[\omega' \sin \omega' t + \frac{R}{2L}\cos \omega' t\right] = 0$$

Ved å sortere i sinus og cosinus, innser vi at sinus bidragene kansellerer, dvs:

$$(R\omega' - R\omega')\sin \omega' t + \left[L\left(\frac{R^2}{4L^2} - \omega'^2\right) + \frac{1}{C} - \frac{R^2}{2L}\right]\cos \omega' t = 0$$

$$\left[\left(\frac{R^2}{4L} - L\omega'^2 + \frac{1}{C} - \frac{R^2}{2L}\right)\right]\cos \omega' t = 0$$

som skal gjelde for alle t, dvs:

$$\frac{R^2}{4L} - L\omega'^2 + \frac{1}{C} - \frac{R^2}{2L} = 0$$

$$\omega' = \boxed{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}},$$

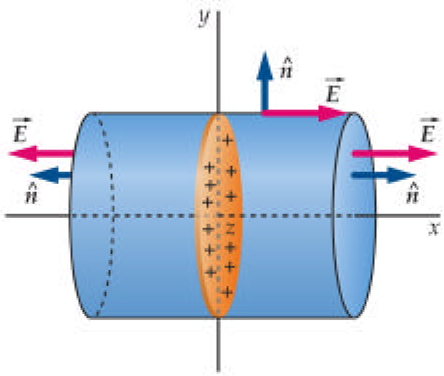
Ved innsetting for henholdsvis L,C og R, slik som definert ovenfor, får vi at:
w` **= [(k/m – (b/2m)^2]$^{1/2}$ = [(w_0^2– (1/2t)^2]$^{1/2}$ =** w_0 **[1-(2$w_0 t$)$^{-2}$]$^{1/2}$.**

Oppgave 2: Elektromagnetisme og vekselstrømskretser.

a) *Gauss' lov* er:

$$\phi_{net} = \int_S E_n \, dA = 4\pi k Q_{\text{inside}}$$

hvor Φ_{net} er netto elektrisk fluks ut av en valgt lukket Gaussflate S, og Q_{inside} er totalladingen innenfor S. E_n er komponenten av det elektriske feltet E som er normal til flatelementet dA, og $\varepsilon_0 = 1/(4\pi k)$ er permitiviteten.
Anta nå at vi har et uendelig stort yz-plan med uniformt fordelt positiv elektrostatisk ladning overalt i yz-planet, og at vi velger en sylinderformet Gaussflate som vist i den følgende figuren, dvs den valgte Gaussflaten omslutter et diskosformet utsnitt av den uendelig store ladete yz-flaten.



Anta at ladningstettheten, dvs ladning per arealenhet i yz-planer er σ.
Bruk Gauss' lov til å vise at det elektrisket feltet i x-retning fra en slik uniformt ladet flate er $E_x = \sigma/2\varepsilon_0$. Hvorfor har feltet ingen y- eller z- komponent?
Svar på a):
Av symmetrigrunner er det ingen y- eller z- komponentet av E-feltet, dvs feltet fra en ladning i et vilkårlig punkt i yz-planet kanselleres av feltet fra en annen ladning symmetrisk plassert i forhold til flate normalen fra det puktet vi vil beregne feltet i. Det gjenstår da kun å beregen E_x-komponenten av feltet. Siden planet er uendelig stort og har uniformt fordelt ladning, må E_x være den samme overalt. Gauss' lov gir da: $2E_xA = s/e_0$, hvor A er arealet av sylindertverrsnittet, og 2 tallet kommer fra at vi har 2 slike sylindertverrsnitt for den valgte Gaussflaten., dvs $E_x = s/2e_0$.

b) Elektrisk potensialforskjell mellom to punkter a og b, med elektrisk potensial henholdsvis V_a og V_b, er definert som:

$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

.

Bruk denne definisjonen til å beregne potensialforskjellen V_C mellom to like og endelige plan hver med areal A, og i avstand d (<< $A^{1/2}$) fra hverandre. Anta at begge planene har uniform ladningsfordeling, og at totalladningen er henholdsvis +Q og –Q på hver at de to planene.
Vis at

$$V_C = Q(d/A\varepsilon_0) = Q/C$$

og at kapasitansen C kun avhenger av geometriske størrelser.
Svar på b):
Feltet i området mellom planene, er gitt av svaret i a), med henholdsvis $\sigma_{plan1} = Q/A$ og $\sigma_{plan2} = -Q/A$ for hvert de to planene. Feltet fra det ene planet er motsatt rettet av feltet fra det andre planet. Totalfeltet mellom planene blir da: $E_{xtotal} = E_{xplan1} + E_{xplan2} = \sigma_{plan1}/2\varepsilon_0 - \sigma_{plan2}/2\varepsilon_0 = Q/A\varepsilon_0$. Vi ser da at siden E_{xtotal} er uniform, så er $V_C = E_{xtotal}d = Qd/A\varepsilon_0 = Q/C$, hvor $C = A\varepsilon_0/d$ kun avhenger av geometriske størrelser og ε_0.

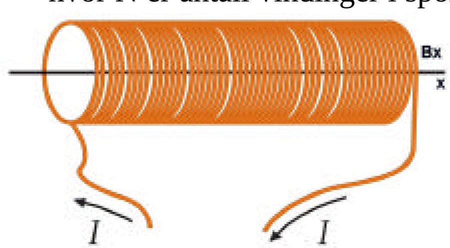
c) Magnetisk fluks Φ_m gjennom en flate S, er definert som:

$$\phi_m = \int_S B_n \, dA$$

hvor B_n er komponenten av det magnetiske feltet B som er normal til flatelementet dA.
Bruk denne definisjonen til å vise at den magnetiske fluksen gjennom en spole slik som vist i den følgende figuren er lik

$$\Phi_m = B_x NA$$

hvor N er antall vindinger i spolen, og A er tverssnittsarealet av spolen.



Svar på c):
Feltet i området midt mellom spolene er uniformt og rettet i x-retning av symmetrigrunner, dvs y- og z- komponenter kanselleres av motfelt fra strømelementer diagonalt i spolen. Fluksen fra EN strømsløyfe i spolen blir da : $\Phi_{msløyfe} = B_x A$, hvor B_x er feltet fra EN sløyfe og A er tverrsnittsarealet av spolen. Vi har N sløyfer i spolen, dvs totalfluksen er $\Phi_m = N\Phi_{msløyfe} = B_x NA$.

d) *Biot-Savart's lov* som er:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \, d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$

kan benyttes til å finne det magnetfeltet som en strøm I genererer inne i en slik spole som vist i c), og svaret er at (vi spør ikke om denne utledningen her):

$$B_x = \mu_0 IN/l$$

hvor μ_0 er permeabiliteten, og l er den totale lengden av spolen.
Vis at fluksen gjennom spolen

$$\Phi_m = (\mu_0 AN^2/l)I = LI$$

og at induktansen L kun avhenger av geometriske størrelser.
Svar på d):
Direkte innsetting for B_x i svaret i c) gir: $\Phi_m = (\mu_0 AN^2/l)I = LI$, hvor $L = \mu_0 AN^2/l$ er gitt av geometriske størrelser og μ_0.

e) *Faraday's lov* sier at indusert elektromotorisk spenning i en krets

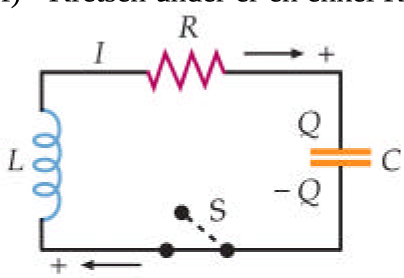
$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

Bruk Faraday's lov til å vise at potensialforskjellen V_L over en induktans L kan skrives som

$$V_L = - L\, dI/dt.$$

Svar på e):
Faraday's lov gir $V_L = -d\Phi_m/dt = -LdI/dt$ fordi L er en kontant kun avhengig av geometri og μ_0.

f) Kretsen under er en enkel RLC-krets:



Anvend Kirchoff's sløyferegel på denne kretsen, dvs $V_L + V_C + V_R = 0$ når bryteren S er lukket, til å vise at differensialligningen for ladningen Q kan skrives

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C}Q = 0 \qquad (3)$$

hvor vi har brukt at spenningsforskjellen over motstanden R, er gitt av Ohm's lov, mens V_C og V_L er slik som beregnet i henholdsvis b) og e).
Svar på f):
Kirchoff's sløyferegel: $V_L + V_C + V_R = 0$. Vi setter inn $V_L = -LdI/dt$, $V_C = -Q/C$, $V_R = -RI$ og $I = dQ/dt$, som gir ligning (3).

g) Ligning (3) er på nøyaktig samme form som ligning (1) for svingebevegelsen i Oppgave 1, dvs

$$Q(t) = Q_0\, e^{-t/2\tau} \cos(\omega` t + \delta) \qquad (4)$$

er en løsning av ligning (3), hvor Q_0 = Q(t=0) er ladningen i det øyeblikket vi lukker bryteren S.

Bruk analogien med Oppgave 1 til å skrive opp uttrykk for τ og ω` for RLC-kretsen, dvs τ og ω` uttrykt ved størrelsene R,L og C.

Hvilken kretskomponent er årsak til demping?

Skisser Q(t) når $R \neq 0$ og liten.

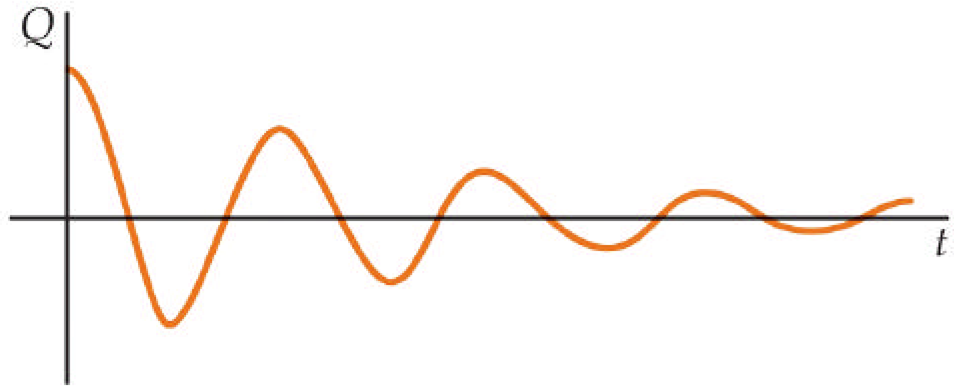
Svar på g):

Se svaret på Oppgave 1 h):

t **= L/R**

$$\omega' = \boxed{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}$$

I svingesystemet er b årsak til demping, mens i kretsen er det R som demper strømmen. Skisse av Q(t) for liten R: Systemet er underdempet, dvs:



h) Anta nå at induktansen L = 0, dvs kretsen er nå en ren RC-krets.
Regn ut og skisser strømmen I(t) for dette tilfellet når vi lukker bryteren ved tiden t = 0.

Svar på h):

Denne oppgaven er begynnelsen av delkapittel 25-6 “RC-kretser” i læreboka Tipler&Mosca, sidene 811-812:

25-6 *RC* Circuits

A circuit containing a resistor and a capacitor is called an **RC circuit.** The current in an *RC* circuit flows in a single direction, as in all dc circuits, but the magnitude of the current varies with time. A practical example of an *RC* circuit is the circuit in the flash attachment of a camera. Before a flash photograph is taken, a battery in the flash attachment charges the capacitor through a resistor. When the charge is accomplished, the flash is ready. When the picture is taken, the capacitor discharges through the flashbulb. The battery then recharges the capacitor, and a short time later the flash is ready for another picture. Using Kirchhoff's rules, we can obtain equations for the charge Q and the current I as functions of time for both the charging and discharging of a capacitor through a resistor.

Discharging a Capacitor

Figure 25-37 shows a capacitor with initial charges of $+Q_0$ on the upper plate and $-Q_0$ on the lower plate. The capacitor is connected to a resistor R and a switch S, which is initially open. The potential difference across the capacitor is initially $V_0 = Q_0/C$, where C is the capacitance.

We close the switch at time $t = 0$. Since there is now a potential difference across the resistor, there must be a current in it. The initial current is

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{Q_0}{RC} \qquad 25\text{-}26$$

The current is due to the flow of charge from the positive plate of the capacitor to the negative plate through the resistor. After a time, the charge on the capacitor is reduced. If we choose the positive direction to be clockwise, then the current equals the rate of decrease of that charge. If Q is the charge on the upper plate of the capacitor at time t, the current at that time is

$$I = -\frac{dQ}{dt} \qquad 25\text{-}27$$

(The minus sign is needed because while Q decreases, dQ/dt is negative.)† Traversing the circuit in the clockwise direction, we encounter a potential drop IR across the resistor and a potential increase Q/C across the capacitor. Thus, Kirchhoff's loop rule gives

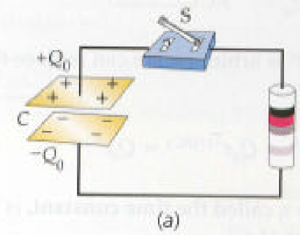
$$\frac{Q}{C} - IR = 0 \qquad 25\text{-}28$$

where Q and I, both functions of time, are related by Equation 25-27. Substituting $-dQ/dt$ for I in Equation 25-28, we have

$$\frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} = 0$$

or

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}Q \qquad 25\text{-}29$$



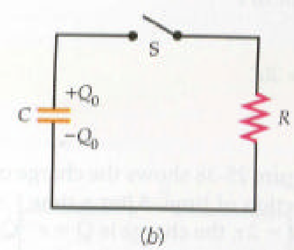


FIGURE 25-37 (*a*) A parallel-plate capacitor in series with a switch *S* and a resistor *R*. (*b*) A circuit diagram for Figure 25-37*a*.

† If the positive direction were chosen to be counterclockwise, then the sign in Equation 25-27 would be a positive sign.

To solve this equation, we first separate the variables Q and t by multiplying both sides by dt/Q, and then integrate. Multiplying both sides by dt/Q, we obtain

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC}\,dt \qquad 25\text{-}30$$

The variables Q and t are now in separate terms. Integrating from Q_0 at $t = 0$ to Q' at time t' gives

$$\int_{Q_0}^{Q'} \frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC}\int_0^{t'} dt$$

so

$$\ln\frac{Q'}{Q_0} = -\frac{t'}{RC}$$

Since t' is arbitrary, we can replace t' with t, and then $Q' = Q(t)$. Solving for $Q(t)$ gives

$$Q(t) = Q_0 e^{-t/(RC)} = Q_0 e^{-t/\tau} \qquad 25\text{-}31$$

where τ, called the **time constant**, is the time it takes for the charge to decrease by a factor of e^{-1}:

$$\tau = RC \qquad 25\text{-}32$$

DEFINITION—TIME CONSTANT

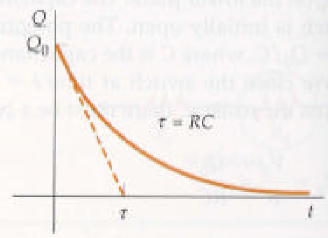


FIGURE 25-38 Plot of the charge on the capacitor versus time for the circuit shown in Figure 25-37 when the switch is closed at time $t = 0$. The time constant $\tau = RC$ is the time it takes for the charge to decrease by a factor of e^{-1}. (The time constant is also the time it would take the capacitor to discharge fully if its discharge rate remains constant, as indicated by the dashed line.)

Figure 25-38 shows the charge on the capacitor in the circuit of Figure 25-37 as a function of time. After a time $t = \tau$, the charge is $Q = e^{-1}Q_0 = 0.37\,Q_0$, after a time $t = 2\tau$, the charge is $Q = e^{-2}Q_0 = 0.135Q_0$, and so forth. After a time equal to several time constants, the charge Q is negligible. This type of decrease, which is called an **exponential decrease,** is very common in nature. It occurs whenever the rate at which a quantity decreases is proportional to the quantity itself.†

The decrease in the charge on a capacitor can be likened to the decrease in the amount of water in a bucket with vertical sides that has a small hole in the bottom. The rate at which the water flows out of the bucket is proportional to the pressure of the water, which is in turn proportional to the amount of water still in the bucket.

The current is obtained by differentiating Equation 25-31

$$I = -\frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{RC}e^{-t/(RC)}$$

Substituting, using Equation 25-26, we obtain

$$I = I_0 e^{-t/\tau} \qquad 25\text{-}33$$

where $I_0 = V_0/R = Q_0/(RC)$ is the initial current. The current as a function of time is shown in Figure 25-39. As with the charge, the current decreases exponentially with time constant $\tau = RC$.

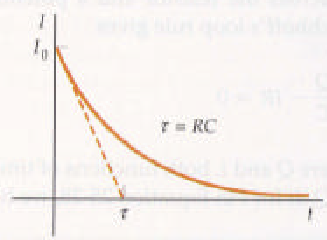
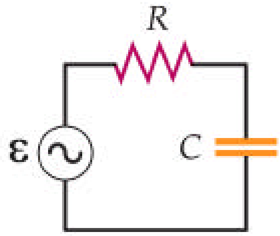


FIGURE 25-39 Plot of the current versus time for the circuit in Figure 25-37. The curve has the same shape as that in Figure 25-38. If the rate of decrease of the current remains constant, the current would reach zero after one time constant, as indicated by the dashed line.

† We encountered exponential decreases in Chapter 14 when we studied the damped oscillator.

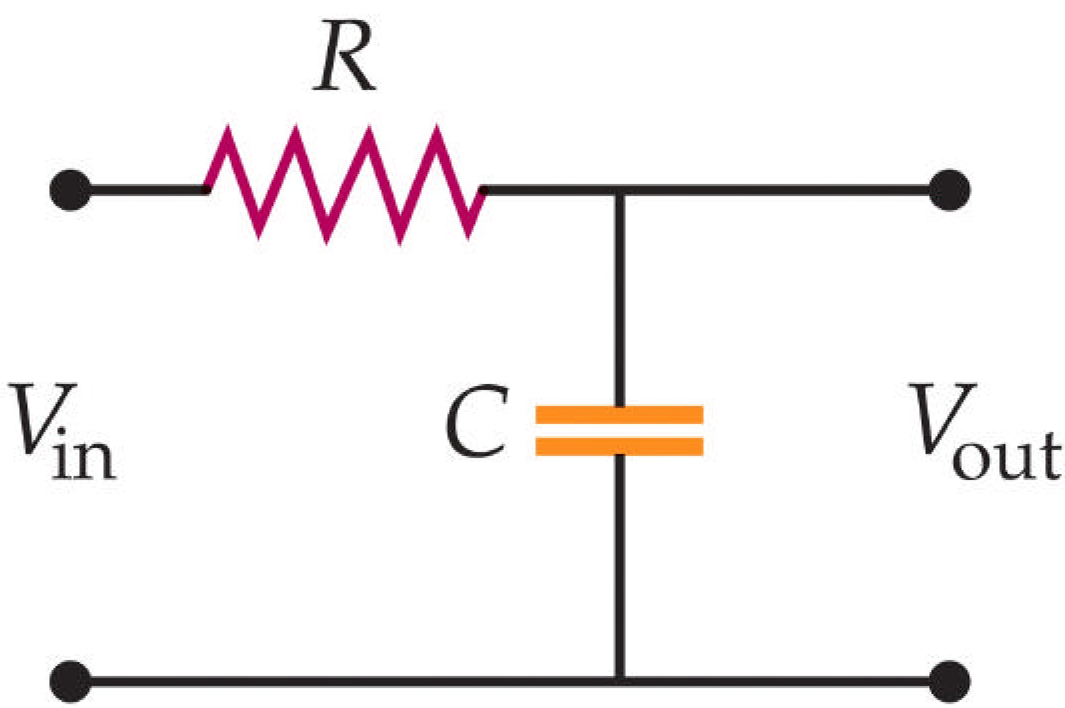
i) Erstatt nå spolen i kretsen i f) med en vekselstrømsgenerator som genererer en periodisk spenning gitt ved $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos\omega t$, dvs kretsen ser nå slik ut:



Vis at spenningsfallet over kondensatoren $V_C(t) = V_{ut}\cos(\omega t - \delta)$, hvor amplituden $V_{ut} = V_{inn}\,[1+(\omega RC)^2]^{-1/2}$, og $V_{inn} = \varepsilon_0$.
Skisser V_{ut} som funksjon av ω.
Hva kalles en slik krets når vi er interessert i å bruke spenningen $V_C(t)$ over kapasitansen C?

Svar på i):

Vi tegner kretsen slik, og vi er interessert i å beregne V_{out}, med V_{in} = e = e$_0$coswt



a)
Kirchoff's sløyferegel gir:

$$V_{in} - IR - V = 0$$

Ved direkte innsetting får vi at:

$$V_{peak}\cos\omega t - R\frac{dQ}{dt} - V = 0$$

hvor $V_{peak} = \varepsilon_0$ og $V = V_{out} = V_C$.

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}[CV] = C\frac{dV}{dt}$$

som gir:

$$V_{peak}\cos\omega t - RC\frac{dV}{dt} - V = 0$$

Vi ser etter en løsning av form
$V_C(t)=V_{out}(t)=V_{ut}\cos(\omega t-\delta)$
$=V_{ut}\cos\delta\cos(\omega t)+V_{ut}\sin\delta\sin(\omega t)$, dvs vi kan anta følgende:

$$V = V_c\cos\omega t + V_s\sin\omega t$$

Ved innsetting, får vi to ligninger for koeffisientene for henholdvis cosinus (V_c) og sinus (V_s) komponentene.
og sammenligner sinus og cosinus komponenter hver for seg:

$$V_c + \omega RCV_s = V_{peak}$$

$$V_s - \omega RCV_c = 0$$

som gir oss de to ligningene:

$$V_c = \frac{1}{1+(\omega RC)^2}V_{peak}$$

$$V_s = \frac{\omega RC}{1+(\omega RC)^2}V_{peak}$$

$$V_{out} = V_L\cos(\omega t-\delta)$$

siden
$V_{out}(t)=V_{ut}\cos\delta\cos(\omega t)+V_{ut}\sin\delta\sin(\omega t)$
$= V_{out}(t) = V_c\cos(\omega t)+V_s\sin(\omega t)$,
ser vi lett at

$$V_L = \sqrt{V_c^2+V_s^2}$$

fordi $V_c=V_{ut}\cos\delta$ og $V_s=V_{ut}\sin\delta$
som ved innsetting gir at

hvor $V_L = V_{ut}$
som gir at:

$$V_L = \sqrt{\left[\frac{1}{1+(\omega RC)^2}V_{peak}\right]^2 + \left[\frac{\omega RC}{1+(\omega RC)^2}V_{peak}\right]^2}$$

Dette kan forenkles til:

$$V_L = \boxed{\frac{V_{peak}}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}}$$

Vi ser at $V_{ut} = V_L$ avtar når frekvensen øker og at ”alt blokkeres” ved høye frekvenser, mens $V_L = V_{peak}$, dvs ”alt slipper gjennom” når frekvensen går mot null, mao vi har et lavpassfilter.