Bokmål

Studentnummer: ____________
Studieretning: ____________

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Ola Hunderi
Tlf.: 95143671

EKSAMEN I FAG TFY 4120 – FYSIKK
Fakultet for Naturvitenskap og teknologi
5 desember 2008
Tid: 0900 – 1300

Tillatte hjelpemidler: C - Typegodkjent kalkulator, med tomt minne
O.Jahren og K.J. Knutsen: Formelsamling i matematikk
K. Rottmann: Matematische Formelsammlung
S. Barrett og T.M. Cronin: Mathematical Formulae
O. Øgrim og E. Lian: Fysiske størrelser og enheter

Eksamenssettet består av
Førstesiden(denne siden) som skal leveres inn som svar på flervalgsspørsmålene.
Tre "normale" regneoppgaver
Et sett med flervalgsspørsmål
Formler i emne TFY4120
Hvert delspørsmål på de tre "normale" oppgavene teller likt. Flervalgspørsmålene teller 20%.
Ved besvarelse av flervalgsspørsmål skal bare ett av svaralternativene angis. Riktig svar gir ett poeng mens feil svar gir null poeng.
Oppgavesettet er utarbeidet av : Professor Ola Hunderi og professor Anne Borg

Svar på flervalgsoppgavene (riv av førstesiden og lever sammen med besvareksen):

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	A	A	A	C	A	E

TFY 4120, HØST 2008

LØSNINGSFORSLAG

Oppgave 1

a) Energi lagret i feltet pr. volumenhet

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2$$

For et volum på 1 l fås derfor for lagret energi:

$$U_l = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 \cdot V$$

$$= \frac{1}{2} 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1200 \cdot (250 \cdot 10^6)^2 \, 10^{-3} \text{ J}$$

$$= 0{,}332 \cdot 10^6 \text{ J} \quad (\text{per. liter})$$

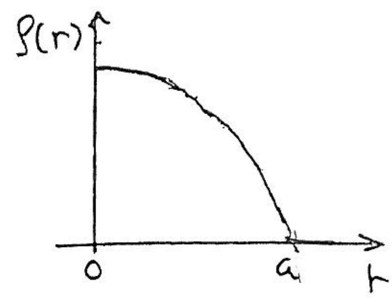
For et bilbatteri fås tilsvarende

$$W = V \cdot I \cdot t$$

$$= 12 \cdot 50 \cdot 3600 = 2{,}16 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Per liter får vi da

$$U_l = 2{,}16 \cdot 10^6 / 6 \text{ J} = 0{,}36 \cdot 10^6 \text{ J} \quad (\text{per liter})$$



Total ladning er gitt av

$$Q = \int_0^a \rho(r)\, 4\pi r^2 dr$$

$$= 4\pi\rho_0 \int_0^a \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) r^2 dr$$

$$= 4\pi\rho_0 \frac{2}{15} a^3$$

TFY 4120, HØST 2008

LØSNINGSFORSLAG

Oppgave 1

a) Energi lagret i feltet pr. volumenhet

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r E^2$$

For et volum på 1 l fås derfor for lagret energi:

$$U_e = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r E^2 \cdot V$$

$$= \frac{1}{2} 8{,}85\cdot 10^{-12} \cdot 1200\,(250\cdot 10^{6})^2\, 10^{-3}\ \mathrm{J}$$

$$= 0{,}332\cdot 10^{6}\ \mathrm{J} \quad \text{(per. liter)}$$

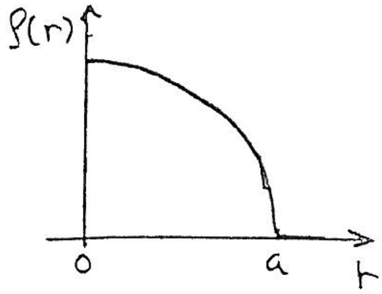
For et bilbatteri fås tilsvarende

$$W = V\cdot I\cdot t$$

$$= 12\cdot 50\cdot 3600 = 2{,}16\cdot 10^{6}\ \mathrm{J}$$

Per liter får vi da

$$U_e = 2{,}16\cdot 10^{6}/6\ \mathrm{J} = 0{,}36\cdot 10^{6}\ \mathrm{J} \quad \text{(per liter)}$$



Total ladning er gitt av

$$Q = \int_0^a \rho(r)\, 4\pi r^2 dr$$

$$= 4\pi\rho_0 \int_0^a \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) r^2 dr$$

$$= 4\pi\rho_0\ \frac{2}{15}\, a^3$$

b) For et kulesymmetrisk potensial utenfor ladningsfordelingen er potensialet identisk med potensialet og feltet fra en punktladning

$$\underline{\underline{\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r}}} \qquad \cancel{V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{2\rho_0 a^3}{15\epsilon_0 r}}$$

c) For $r < a$ bruker vi Gauss sats:
På grunn av kulesymmetrien kan vi skrive

$$\oint \vec{E}\, dA\, \hat{u}_n = E \cdot 4\pi r^2 = Q_i/\epsilon_0$$

$$Q_i = 4\pi\rho_0 \int_0^r \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) r^2 dr$$

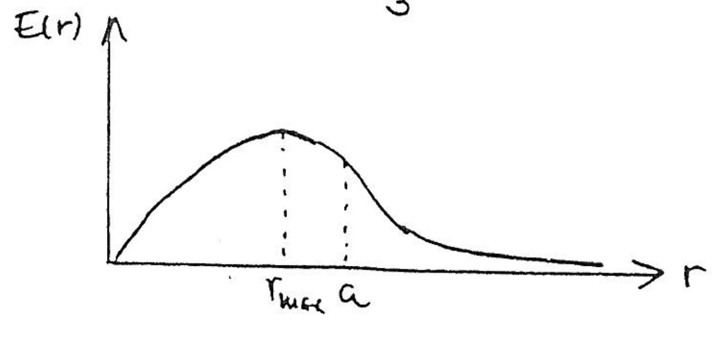
$$= 4\pi\rho_0 \left(\frac{r^3}{3} - \frac{r^5}{5a^2}\right)$$

$$\underline{\underline{E = \frac{\rho_0}{\epsilon_0}\left(\frac{r}{3} - \frac{r^3}{5a^2}\right)}}$$

d) Feltets maksimalverdi finnes ved derivasjon

$$\frac{dE}{dr} \sim \left(\frac{1}{3} - \frac{3r^2}{5a^2}\right) = 0$$

$$r_{max} = \frac{\sqrt{5}}{3}a$$



OPPGAVE 2.

a) Fluksen er gitt av

$$\Phi = \int_0^x B_n\,dA = -\int_0^x B\cdot\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\cdot l\cdot ds$$

$$= -\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\,l\int_0^x (B_0 + B_1 s)\,ds$$

$$\underline{\underline{\Phi(x) = -\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\,l\left(B_0\cdot x + \tfrac{1}{2}B_1 x^2\right)}}$$

Den induserte ems er gitt av

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{dx}\cdot\frac{dx}{dt} = +\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\cdot l\,(B_0 + B_1 x)\cdot v$$

$$\mathcal{E} = +\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\cdot l\cdot B(x)\,v$$

Retningen av strømmen er mot-urs, og strømstyrken er:

$$\underline{\underline{I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\,l\cdot B(x)\cdot v}{R}.}}$$

b) Kraften er gitt av

$$\vec{F} = I\,\vec{l}\times\vec{B}$$

$$|\vec{F}| = I\cdot l\cdot B = \frac{\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\,l^2 B(x)^2\cdot v}{R}$$

og har komponentene

$$F_y = -F_x = \frac{\tfrac{1}{2}\,l^2 B(x)^2 v}{R}$$

Den mekaniske effekt er gitt av

$$P = |F_x| \cdot v = \frac{\frac{1}{2} l^2 B(x)^2 v^2}{R}$$

Den elektriske effekt i motstanden R er gitt av

$$P_E = RI^2 = R \cdot \left(\frac{\frac{1}{2}\sqrt{2}\, l\, B(x) v}{R} \right)^2$$

$$= \frac{\frac{1}{2} l^2 B(x)^2 v^2}{R}$$

$$\Rightarrow \quad P = P_E$$

c) Vertikalkomponenten av kraften er gitt av:

$$F_y = \frac{\frac{1}{2} l^2 B^2(x) v}{R}$$

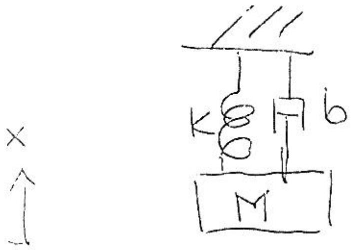
Staven letter fra skinnene når denne kraften er større/lik ~~enn~~ tyngde~~kr~~kraften.
Dette inntrer når:

$$\frac{\frac{1}{2} l^2 B^2 v}{R} = mg$$

$$B(x)^2 = \frac{2mgR}{l^2 v} = (B_0 + B_1 x)^2$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{\sqrt{\frac{2mgR}{l^2 v}} - B_0}{B_1}$$

Oppgave 3



Systemets bevegelseslikning er gitt av

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

Denne har løsning:

$$x(t) = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega t + \delta)$$

der $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

Startbetingelsene bestemmer A

$t = 0$, $x = x_0 = 0.002\,m$, $v_0 = 0$

$$x_0 = A\cos\delta$$

$$v_0 = \frac{dx(0)}{dt} = A(-\gamma\cos\delta - \omega\sin\delta) = 0$$

Løser for A og δ. Finner da

$$\tan\delta = -\frac{\gamma}{\omega} = -\frac{\gamma}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}}$$

Nå gjelder følgende for trigonometriske funksjonene:

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$$

Dette gir for $\cos\delta$

$$\cos\delta = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\gamma^2}{\omega^2}}} = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2+\gamma^2}} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

og da

$$\underline{A = \frac{X_0\,\omega_0}{\omega}}$$

Tallverdiene blir $\gamma = 0.1\,s^{-1}$

$$\omega_0 \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{125}{5}} = 5\,s^{-1}$$

$$\omega = \sqrt{25-0.01} \approx 5\,s^{-1}$$

og dermed $A \approx 0.002\,m$

$$\underline{\delta = 1{,}14^\circ = 0{,}02\,\text{rad}}$$

b) Kondensatorens kapasitans

$$C = \epsilon_0\frac{A}{d} = \frac{8{,}85\cdot10^{-12}\,C^2/Nm^2 \cdot 100\cdot10^{-4}\,m^2}{2\cdot10^{-4}\,m} = 4{,}42\cdot10^{-10}F$$

$$\underline{= 442\,pF}$$

Resonansfrekvensen blir

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{442\cdot10^{-12}F\cdot1\cdot10^{-3}H}} = \underline{1{,}5\cdot10^6\,s^{-1}}$$

$$\underline{f = \frac{\omega}{2\pi} = 0{,}24\cdot10^6\,Hz}$$

c) Vi tar utgangspunkt i formelen for resonansfrekvensen

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{L\,\epsilon_0 A/d}}$$

Differensierer vi denne m.h.p. d får vi

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = \frac{\frac{1}{2}\Delta d}{d}.$$

Dette gir da

$$\Delta d = \frac{2\Delta f}{f}\cdot d = \frac{2\cdot 1\ \text{Hz}}{0{,}24\cdot 10^{6}\ \text{Hz}}\cdot 2\cdot 10^{-4}\ \text{m}$$

$$= \underline{1{,}67\cdot 10^{-9}\ \text{m}}$$