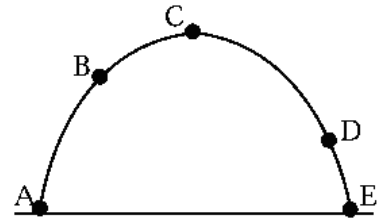


Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 30%)

a. Figuren viser en parabolisk bane fra A til E for en ball som kastes i jordens tyngdefelt, men i fravær av luftfriksjon. Hva er retningen til ballens akselerasjon i punkt B?

- A) Oppover og til høyre
- B) Nedover og til venstre
- C) Rett opp
- D) Rett ned
- E) Akselerasjonen er null

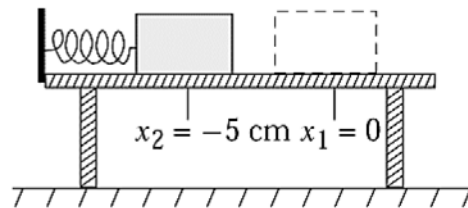


b. Ei kraft \vec{F} blir brukt for å skyve en gjenstand med masse m oppover et skråplan. Krafta virker parallelt med skråplanet. Vinkelen mellom skråplanet og horisontalplanet er θ . Normalkrafta som virker fra skråplanet på massen m er:

- A) $mg \cos \theta + F \cos \theta$
- B) $mg \cos \theta$
- C) $mg \cos \theta + F \sin \theta$
- D) $mg \cos \theta - F \cos \theta$
- E) umulig å bestemme fordi friksjonskoeffisienten ikke er kjent.

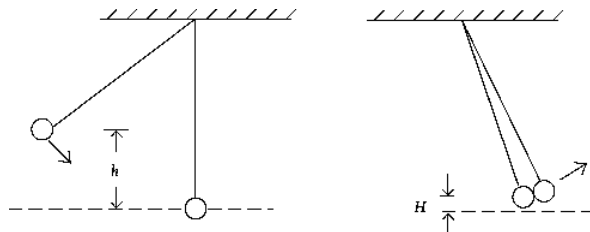
c. En masse $m = 2,5$ kg glir friksjonsfritt på et bord med starthastighet v i retning mot ei fjær. Fjæra har fjærkonstant $k = 500$ N/m og blir presset sammen en distanse $x_2 - x_1 = -5,0$ cm etter klossen har truffet den. Startfarten v til massen m var:

- A) 0,71 m/s
- B) 1,00 m/s
- C) 1,40 m/s
- D) 0,50 m/s
- E) 1,70 m/s



d. To like masser henger i hver si snor med lik lengde. En masse blir sluppet fra en høyde h over bunnpunktet og treffer den andre massen. De to festes til hverandre og beveger seg videre og kommer da opp til en felles høyde H som er gitt av

- A) $3h/4$
- B) $h/4$
- C) $h/2$
- D) h
- E) Ingen av svarene er korrekte.



e. To identiske sylinderskiver har en felles akse. Først roterer den ene skiva mens den andre er i ro. Når de to skivene bringes i kontakt med hverandre, vil de øyeblikkelig festes til hverandre. La L_{tot} være det totale spinn (dreieimpulsen) og $W_{\text{k,tot}}$ være den totale kinetiske energien til de to skivene. Hvilke av følgende utsagn er rett?

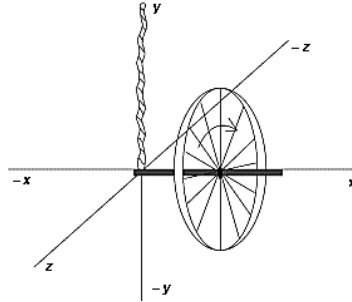
- A) $W_{\text{k,tot}}$ og L_{tot} er uendra fra verdiene før kontakten.
- B) $W_{\text{k,tot}}$ og L_{tot} er begge redusert til halvparten av deres opprinnelige verdier.
- C) L_{tot} er uendra, men $W_{\text{k,tot}}$ er redusert til halvparten av opprinnelig verdi.
- D) $W_{\text{k,tot}}$ er uendra, men L_{tot} er redusert til halvparten av opprinnelig verdi.
- E) L_{tot} er uendra, men $W_{\text{k,tot}}$ er redusert til fjerdeparten av opprinnelig verdi.

f. En fysikkprofessor sitter på en stol med armene utstreckt og holder en bok i hver hånd. Stolen roterer initielt med en konstant vinkelhastighet ω og rotasjonen er friksjonsfri. Professoren trekker så armene nærmere kroppen. Da vil det totale spinn L og den totale kinetiske energi E_k til professor + stol endre seg slik:

- A) L øker og E_k øker
- B) L øker og E_k uendra
- C) L uendra og E_k øker
- D) L uendra og E_k uendra
- E) L uendra og E_k avtar

g. Et roterende sykkelhjul er festet med et tau i den ene enden av akslingen med tauretning langs koordinatretningen y , som vist i figuren. Hjulet/akslingen har et resulterende kraftmoment om origo. Dette har retning langs hvilken koordinatretning?

- A) x
- B) y
- C) $-y$
- D) z
- E) $-z$



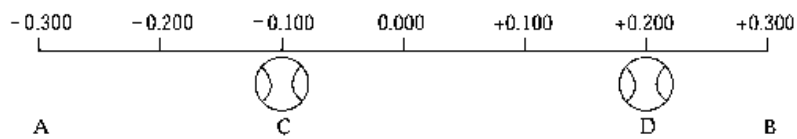
h. Et legeme svinger harmonisk ifølge likningen $x(t) = \frac{2,0 \text{ m}}{\pi} \cdot \sin(4\pi \text{ s}^{-1} t + \pi/3)$.

Ved tida $t = 2,0 \text{ s}$ er hastigheten til legemet

- A) $1/3 \text{ m/s}$
- B) $1/\pi \text{ m/s}$
- C) $\sqrt{3}/\pi \text{ m/s}$
- D) 4 m/s
- E) $4\sqrt{3} \text{ m/s}$

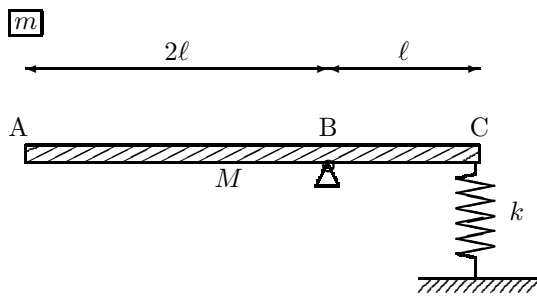
i. En ball beveger seg som en udempet harmonisk oscillator mellom punktene A og B. Ballens akselerasjon ved punkt C er $5,00 \text{ m/s}^2$. Størrelsen (absoluttverdien) til ballens akselerasjon ved punkt D er

- A) $1,25 \text{ m/s}^2$
- B) $2,50 \text{ m/s}^2$
- C) $5,00 \text{ m/s}^2$
- D) $7,50 \text{ m/s}^2$
- E) $10,0 \text{ m/s}^2$



j. Tyngdens akselerasjon på jordas overflate er g . Anta det fins en planet som har halvparten av massen til jorda og halvparten av dens radius. På overflata av denne planeten vil tyngdens akselerasjon være lik

- A) $2g$
- B) g
- C) $g/2$
- D) $g/4$
- E) ingen av disse.

Oppgave 2. (teller 25%)

En rett, homogen (javn tetthet) og stiv bjelke AC har lengde $L = 3\ell$ og masse $M = 3m$. Bjelken kan dreie seg friksjonsfritt om en akse i B, plassert i avstand ℓ fra C. I C er det festa ei fjær med fjærstivhet k . Bjelken har horisontal likevektsstilling.

Tyngdens akselerasjon er g . Massen m over A kommer først i betraktning fra og med punkt **c.**

Tallverdier: $m = 4,0$ kg, $\ell = 1,00$ m, $k = 900$ N/m. Du trenger bare sette inn tallverdier der det spørres etter dette.

a. Tegn en figur som viser alle krefter som virker på bjelken. Sett opp betingelsene for statisk likevekt og finn så uttrykk for alle krefter, uttrykt med Mg .

b. Hva er treghetsmomentet til bjelken om punktet B? Du kan bruke oppgitte formler. Uttrykk svaret med m og ℓ , samt finn tallverdi.

Nå slippes en partikkel med masse m fra ro i en viss høyde over bjelken ved A. Partikkelen kan betraktes som en punktmasse, støter mot bjelkeenden A og blir sittende fast (fullstendig uelastisk støt). Bjelken får en vinkelhastighet $\dot{\theta}$ på grunn av støtet og kommer etterpå i harmonisk svingning med små utslag.

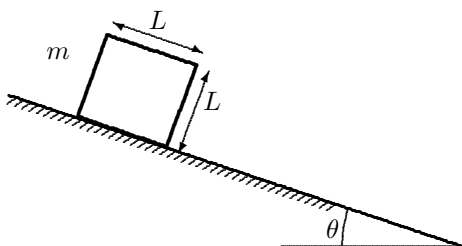
c. Finn først uttrykk for treghetsmomentet I' om B for bjelken pluss massen m etter støtet. Bruk så spinnbevaring til å finne uttrykk for bjelkens vinkelhastighet $\dot{\theta}$ umiddelbart etter støtet, uttrykt ved bl.a. hastigheten v for punktmassen rett før støtet.

d. Systemet vil etter støtet svinge om en ny likevektsstilling. Finn denne likevektsstillingen, dvs. beregn hvilken vinkel θ_0 som vil dannes mellom bjelken og horisontalen når bjelken står i ro med massen m på bjelkeenden ved A. Bl.a. skal m og ℓ inngå i uttrykket. Finn til slutt også tallverdi for θ_0 , gitt i grader. Du kan regne at forstyrrelsen er så liten at horisontal bevegelse av fjæra er neglisjerbar og at du kan sette $\sin \theta \approx \theta$ og $\cos \theta \approx 1$.

e. Finn frekvensen ω til svingningen for bjelken om likevektspunktet, uttrykt med m og k . Du kan fortsatt regne med svært små utsving og bruke approksimasjonene i punktet ovenfor.

Oppgave 3. (teller 25%)

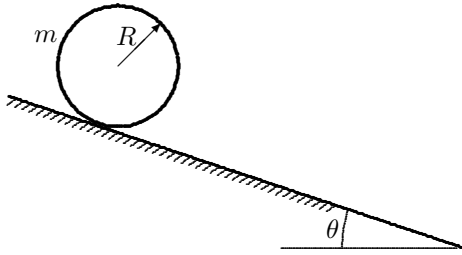
Ulike legemer plasseres på et skråplan med hellingsvinkel θ . Anta at kinematisk og statisk friksjonskoeffisient mellom legeme og skråplan er like, og lik μ .



a. Legemet er en massiv, homogen kube med masse m og sidekant L . Hva er kravet til μ for at kuben ikke skal gli nedover skråplanet? Uttrykk svaret med θ .

b. Anta μ er stor nok til at kuben ikke glir. Hva er den største vinkelen θ skråplanet kan ha uten at kuben tipper over?

(oppgaven fortsetter neste side)



c. Legemet er nå ei massiv og homogen kule med masse m og radius R . Hva er kravet til μ for at kula skal bevege seg med rein rulling nedover skråplanet (dvs. ikke gli)? Uttrykk svaret med θ . Treghetsmoment for kule kan antas kjent.

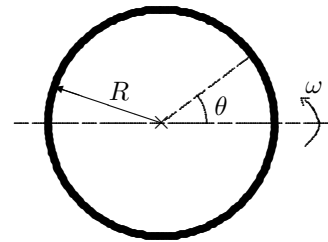
d. Vi betrakter samme kula som i **c.** Skråplanet har nå vinkel $\theta = 45^\circ$ og friksjonskoeffisienten har verdi $\mu = 1/4$. Ved disse verdiene er friksjonskrafta for liten til å tilfredsstille rullevilkårene, slik at kula rutsjer nedover, dvs. kombinert gliing og rotasjon.

For rein rulling er forholdet mellom translasjonsakselerasjon a og vinkelakselerasjon α lik $a/\alpha = R$. Hva er forholdet a/α for den beskrevne rutsjebevegelsen?

TIPS: Sett inn verdier $\mu = \frac{1}{4}$ og $\cos \theta = \sin \theta = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ tidlig i regningen. Behold brøker og ikke bruk desimaltall i uttrykkene.

Oppgave 4. (teller 20%)

a. Beregn ved integrasjon treghetsmomentet til en tynn ring ved rotasjon om en diagonal, dvs. akse gjennom ringens sentrum og parallelt med ringens plan. Uttrykk I med ringens radius R og masse m .

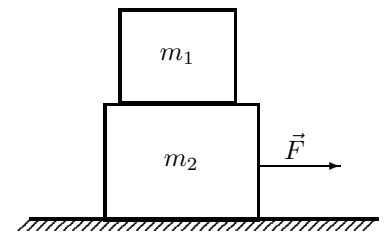


OPPGITT: $\int \sin^2 \theta \, d\theta = \frac{1}{2}\theta - \frac{1}{4}\sin 2\theta$.

b. En kloss med masse $m_1 = 4,40$ kg er plassert oppå en kloss med masse $m_2 = 5,50$ kg. Når man holder nedre kloss fast trengs det en horisontal kraft på 12,0 N på den øverste klossen for å få den til å gli av.

De to klossene blir så plassert på et horisontalt, friksjonsløst underlag, som vist i figuren. Bestem, i selvvalgt rekkefølge:

- Den største horisontale krafta F som kan bli påført den nedre klossen slik at klossene beveger seg sammen og ikke glir seg imellom.
- Den resulterende akselerasjonen til klossene i dette tilfellet.
- Friksjonskoeffisienten μ_s mellom klossene.



c. Satellitt 1 kretser i en geostasjonær bane om jorda – dvs. periode (omløpstid) $T_1 = 24$ timer – og satellitt 2 kretser i en bane med periode $T_2 = 12$ timer. Bestem forholdet mellom radiene til satellitt 1 og satellitt 2.

FORMELARK.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene. I tillegg finnes en mengde definisjoner og formler i Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$ Resten av konstantene hentes fra Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$$\vec{F}(\vec{r}, t) = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad \text{der } \vec{p}(\vec{r}, t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$$

$$\text{Konstant } a: \quad v = v_0 + at \quad s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad v^2 - v_0^2 = 2as$$

$$\text{Arbeid } dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \text{Kinetisk energi } E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_p(\vec{r}) = \text{potensiell energi (f.eks. tyngde: } mgh, \text{ fjær: } \frac{1}{2}kx^2) \quad \text{Konservativ kraft: } \vec{F} = -\vec{\nabla}E_p(\vec{r})$$

$$|F_f| \leq \mu_s \cdot F_\perp \quad |F_f| = \mu_k \cdot F_\perp \quad \text{Luftmotstand o.l.: } \vec{F}_f = -k_f\vec{v}$$

$$\text{Massefellespunkt: } \vec{r}_M = \frac{1}{M} \sum_i \vec{r}_i m_i \rightarrow \frac{1}{M} \int \vec{r} \cdot dm$$

$$v = r\omega \quad \text{Sentripetalaksel. } a_c = -v\omega = -\frac{v^2}{r} = -\omega^2 r \quad \text{Baneaksel. } a_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt}$$

$$\text{Kraftmoment } \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \text{Statisk likevekt: } \Sigma \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma \vec{\tau}_i = \vec{0}$$

$$\text{Spinn (dreieimpuls) } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad \text{Stive legemer: } \vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\text{Kinetisk energi } E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad \text{der treghetsmoment } I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$$

$$\text{Massiv kule: } I = \frac{2}{5}MR^2 \quad \text{Ring: } I = MR^2 \quad \text{Sylinder/skive: } I = \frac{1}{2}MR^2 \quad \text{Kuleskall: } I = \frac{2}{3}MR^2$$

$$\text{Lang, tynn stav: } I = \frac{1}{12}M\ell^2 \quad \text{Parallellakseteoremet: } I = I_{cm} + Mh^2$$

$$\text{Gravitasjon: } \vec{F}(\vec{r}) = -G\frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad E_p(r) = -G\frac{M}{r} \cdot m$$

$$\text{Udempet svingning: } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi} \quad \text{Fjærpendel: } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{Tyngdependel: } \ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0, \text{ der } \sin \theta \approx \theta \quad \text{Fysisk: } \omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \quad \text{Matematisk: } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

$$\text{Rakettlikningen: } \vec{F}_Y + \vec{v}_{rel} \cdot \frac{dm}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$