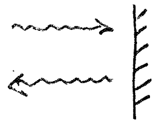
$E = h\nu - p_f c$

$p_f = E/c$

a)



$$q = 2p_f = 2E/c$$

Antall refleksjoner mot samme vegg per sek

$$n = c/2l$$

Overført impuls pr. sek = kraft $\Rightarrow$ $F = nq = E/l$

Trykk $\quad p_1 = F/l^2 = E/l^3 = E/V$

N fotoner. Like mye impuls i x-y og z-retn

$$p = \frac{1}{3} NE/V$$

Indre energi av fotongass $\quad U = NE \Rightarrow$

$$pV = \frac{1}{3} U$$

b) Adiabat: $dQ = 0 \Rightarrow \quad 0 = dU + p\,dV \qquad dU = -p\,dV \quad (1)$

$$U = 3pV \Rightarrow dU = 3p\,dV + 3V\,dp \qquad (2)$$

$(1) = (2) \Rightarrow \quad 3V\,dp = -4p\,dV$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{4}{3}\frac{dV}{V} \Rightarrow d\ln(pV^{4/3}) = 0 \qquad pV^{4/3} = \text{konst}$$

c) Enklest

$$W = U_1 - U_2 = 3p_1V_1 - 3p_2V_2 = 3p_1V_1\left[1 - \frac{p_2}{p_1}\frac{V_2}{V_1}\right]$$

$$V_2/V_1 = \alpha \qquad p_2V_2^{4/3} = p_1V_1^{4/3} \qquad \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{4/3} = \frac{1}{\alpha^{4/3}} \Rightarrow$$

$$W = U_1\left[1 - \frac{1}{\alpha^{1/3}}\right] \qquad W/U_1 = 1 - 1/\alpha^{1/3}$$

$\alpha = 8 \Rightarrow$
$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Energien tas fra fotonene som mister energi: får mindre frekvens.

*) Mrk: Stefan-Boltzmann $\quad pV = \frac{1}{3} V a T^4$

$$pV^{4/3} = \frac{1}{3} a V^{4/3} T^4 = \text{konst} \Rightarrow V^{4/3}T^4 = \text{konst} \Rightarrow VT^3 = \text{konst}$$

$pV = \text{konst} \cdot T$

2 a) $C_V = \frac{\partial Q}{\partial T}\Big|_{V=\text{konst}}$ $C_p = \frac{\partial Q}{\partial T}\Big|_{p=\text{konst}}$

Ved oppvarming med p = konst. vil gassen ekspandere og utføre arbeid på omgivelsene. En del av tilført varme går til arbeid. Må derfor tilføre mer varme for å oppnå en gitt temp. økn.
Derfor $C_p > C_v$.

$U = \frac{3}{2} nRT$ $\quad dQ = dU + p\,dV$ $\quad pV = nRT$

$$C_v = \frac{dQ}{dT}\Big|_V = \frac{dU}{dT} = \underline{\frac{3}{2} nR}$$

$$C_p = \frac{dQ}{dT}\Big|_p = \frac{dU}{dT} + p\frac{dV}{dT}\Big|_p = C_v + nR = \underline{\frac{5}{2} nR}.$$

b) a→b : Trykkøkn. ved konst. vol. ⇒ $p \propto T$.

p øker → T øker → U øker mens $W_{ab} = 0$ ::
Varme må tilføres

b→c Vol. økn. ved konst. trykk ⇒ $V \propto T$.

V øker → T øker → U øker og $W_{bc} > 0$.
Varme må tilføres

c-d $p \propto T$.

p avtar → T avtar → U avtar mens $W_{cd} = 0$.
Varme må tas fra gassen.

d-a $V \propto T$

V avtar → T avtar → U avtar og $W_{da} < 0$.
Varme tas fra gassen

c) $Q_{ab} = C_v (T_b - T_a) = C_v T_a \left(\frac{T_b}{T_a} - 1\right) = C_v T_a \left(\frac{p_b}{p_a} - 1\right)$

$p_0 V_0 = nRT_a \qquad C_v = \frac{3}{2} nR \Rightarrow$

$$\underline{Q_{ab} = \frac{3}{2} p_0 V_0 (N-1).}$$

$Q_{bc} = C_p (T_c - T_b) = C_p T_b \left(\frac{T_c}{T_b} - 1\right) = C_p T_b \left(\frac{V_c}{V_b} - 1\right)$

$p_b V_b = N p_0 V_0 = nRT_b \qquad C_p = \frac{5}{2} nR \Rightarrow$

$$\underline{Q_{bc} = \frac{5}{2} p_0 V_0 N (N-1).}$$

$Q = Q_{ab} + Q_{bc} = \frac{p_0 V_0}{2} \left[3(N-1) + 5N(N-1)\right].$

$$\underline{Q = p_0 V_0 \frac{(5N+3)(N-1)}{2}}$$

d) $W = (N-1)^2 p_0 V_0$ = areal i p-V diagram

η = nyttig arbeid / brukt varme.

$$\underline{\eta = \frac{2(N-1)}{5N+3}} \, , \underline{= \frac{2}{13}} \, .$$

//

Løsn. Oppg 3

a)

Generelt : $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ^{rev}}{T}$.

adiabat : $dQ^{rev} = 0$ $\quad \Delta S = 0$

Isoterm : $dQ^{rev} = \underbrace{dU}_{0} + p\,dV = nRT\frac{dV}{V}$

$\Delta S = nR\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = nR\ln\frac{V_2}{V_1} = 18{,}2 \text{ J/K}$

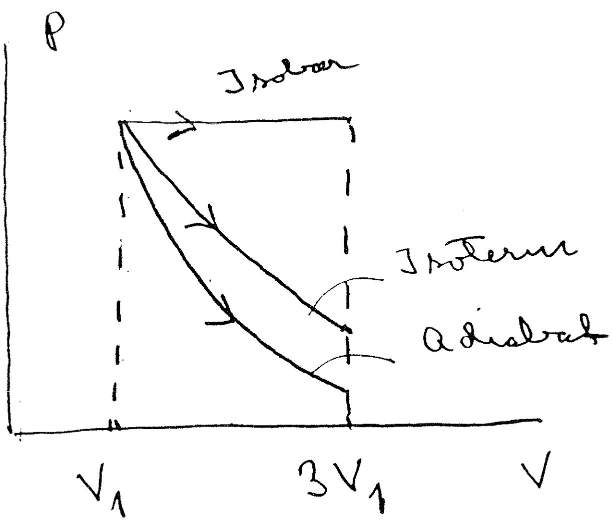
$2\cdot 8{,}3\cdot \ln 3$

Isobar : $dQ^{rev} = C_p\,dT$

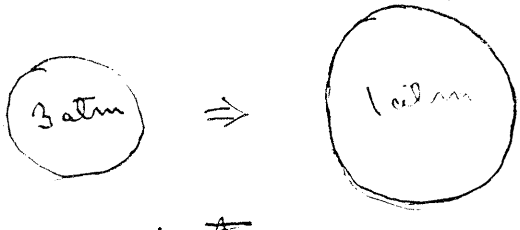
$\Delta S = C_p\int_{T_1}^{T_2}\frac{dT}{T} = C_p\ln\frac{T_2}{T_1} = C_p\ln\frac{V_2}{V_1}$.

(P = konst)

$\Delta S = \frac{7}{2}\cdot 2\cdot 8{,}3 \ln 3 = 63{,}8 \text{ J/K}$



b) Analogt:



1 atm

$T = \text{konst} \Rightarrow$

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{2P_2+P_2}{P_2} = \underline{3}$$

En reversibel prosess som gir samme slutt-tilstand er den isoterme ekspansjonen fra pkt. a)

$$W^{rev} = Q^{rev} = nRT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = nRT\ln\frac{V_2}{V_1}.$$

$$S^{rev} = Q^{rev}/T = \underline{18{,}2\ \mathrm{J/K}}$$

Da entropi-endringen er uavhengig av måten (veien) prosessen foregår på, er

$$\underline{\Delta S^{irr} = \Delta S^{rev} = 18{,}2\ \mathrm{J/K}}$$

c) $S = k\ln w \Rightarrow \Delta S = k\ln\left(\frac{w_2}{w_1}\right)$.

$$w_2/w_1 = e^{\frac{\Delta S}{k}} = e^{2\ln 3\,\frac{R}{k}} = e^{2\ln 3\cdot N_A}$$

$$\underline{w_2/w_1 \simeq e^{1{,}3\cdot10^{24}} \ggg 1}.$$

Liten mulighet for at prosessen reverseres spontant!