

**GASSLOVEN OG VARMEKRAFTMASKIN****Oppgave**

*1: Undersøk sammenhengen mellom trykk og volum av en innestengt gassmengde med konstant temperatur.*

*2: Mål trykket i en avgrenset gassmengde med konstant volum som funksjon av temperatur.*

*3: Bestem effektiviteten til en varmekraftmaskin og sammenlikne denne med teoretisk effektivitet.*

*4: Bestem adiabatkonstanten for luft (en toatomig gass).*

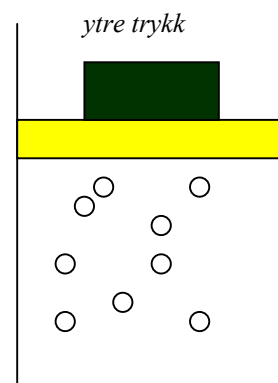
**Teori****Gassloven**

For en gass innestengt i ett volum  $V$  er det følgende sammenheng mellom trykk  $p$  og  $V$ :

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T ,$$

der  $n$  er mengden av gass,  $R$  er gasskonstanten og  $T$  er absolutt temperatur.

Gassloven sier at produktet av trykk og volum vil være konstant, når *temperaturen* er konstant, og videre at trykket og temperaturen er proporsjonale størrelser,



*innestengt gassmengde*

når *volumet* er konstant.

### **Brayton syklus**

Varmekraftmaskinen vi skal bruke består av en sylinder med luft. Den øverste endeflaten av sylinderen er et bevegelig stempel som det kan legges vekter på. Materialet i stempelet er karbonfiber, som har den bemerkelsesverdige egenskapen at friksjonen mellom stempel og sylindervegg er liten samtidig som lufta ikke slipper ut når stempelet utsettes for trykk.

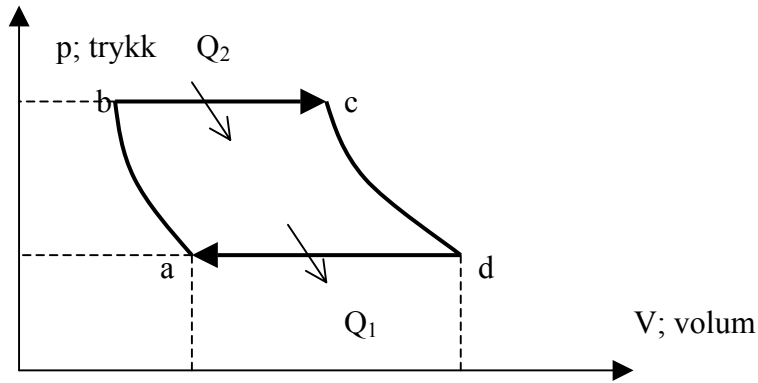
Apparatet er vist i Appendix.

*Den sykliske prosessen i maskinen vi bruker er:*

- 1: en *adiabatisk* kompresjon. Det legges et lodd på stempelet som avgrenser lufta under stempelet.
- 2: en *isobar* ekspansjon av lufta. Gassmengden under stempelet settes ned i varmt vann. Gassen utvider seg og løfter loddet mens trykket er konstant. Dette kan kalles arbeidssteget i syklusen, og da utfører lufta et arbeid.
- 3: en *adiabatisk* ekspansjon av gassen. Loddet løftes av stempelet og dette skjer såpass fort at ikke noe varme tilføres gassen.
- 4: en *isobar* avkjøling. Gassmengden settes i kaldt vann.

Oppfinneren av syklusen het Brayton. Han var opptatt av gassturbiner som senere ble videreutviklet i jetmotorer. Kald luft, som suges inn, komprimeres *adiabatisk* i motoren (  $a \rightarrow b$  i figuren under). Videre oppvarmes den ved forbrenning av bensin under *konstant trykk* (= *isobar prosess*;  $b \rightarrow c$  i figuren). Neste trinn i syklusen er en *adiabatisk* ekspansjon ( $c \rightarrow d$  i figuren). Det betyr at den varme gassen presses gjennom en lite dyse (åpning) i forbrenningskammeret. Når gassen er ute av forbrenningskammeret vil den ha samme trykk som omgivelsene og avgi varme ( $Q_1$ ). Dette er en *isokor prosess* ( $d \rightarrow a$ ). Den utblåste luftmengden har samme tilstand som den som suges inn i jetmotoren, derfor kan prosessen oppfattes som syklisk. Den sykliske prosessen som gassen gjennomfører kan framstilles i et pV diagram; se figuren nedenfor:





*pV diagram for Brayton syklus*

Vi vil bestemme virkningsgraden for denne prosessen. Når gassen har gjennomgått en syklus vil forandring i indre energi ( $\Delta U$ ) være null:

$$\Delta U = 0 = Q_2 - Q_1 - W \quad (\text{termodynamikken 1-lov}) \quad ,$$

$$\text{som gir:} \quad W = Q_2 - Q_1$$

Arbeidet ( $W$ ) som utføres av gassen er lik differensen mellom varmemengdene som går inn ( $Q_2$ ) og ut ( $Q_1$ ) av gassen. Dette følger av termodynamikkens første lov. Virkningsgraden ( $\eta$ ), som er forholdet mellom utført arbeid og tilført varme, blir:

$$\eta = \frac{W}{Q_2} = \frac{c_p(T_c - T_b) - c_p(T_d - T_a)}{c_p(T_c - T_b)} = 1 - \frac{T_d - T_a}{T_c - T_b} = 1 - \frac{T_a(T_d/T_a - 1)}{T_b(T_c/T_b - 1)}$$

$c_p$  er gassens varmekapasitet ved konstant trykk og  $T_x$  er temperaturen ved de forskjellige tilstandene i syklusen ( $a, b, c$  og  $d$ ; se figuren over).

Prosessene  $b \rightarrow c$  og  $d \rightarrow a$  er isokore;  $p_b = p_c$  og  $p_d = p_a$ ; og prosessene  $a \rightarrow b$  og  $c \rightarrow d$

er adiabatisk, som medfører: 
$$\frac{T_b}{T_a} = \left(\frac{p_b}{p_a}\right)^\gamma = \left(\frac{p_c}{p_d}\right)^\gamma = \frac{T_c}{T_d}$$

$\gamma$  er adiabatkonstanten, som er forholdet mellom varmekapasitetene til gassen ved konstant trykk og volum;

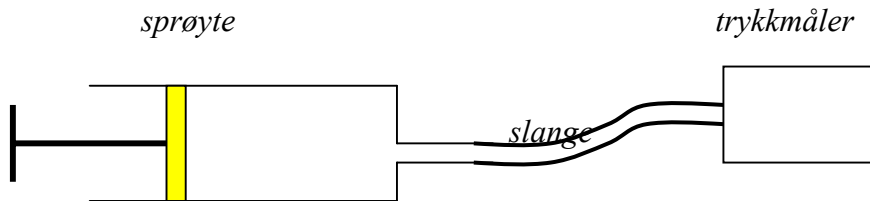
$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5/2R + R}{5/2R} = \frac{7}{5} = 1.4$$

Siden det er lettere å måle trykkene enn temperaturene i tilstand  $a$  og  $b$ , uttrykkes ofte virkningsgraden ved hjelp av trykk:

$$\text{Virkningsgraden blir da: } \eta = 1 - \frac{T_a}{T_b} = 1 - \left(\frac{p_a}{p_b}\right)^\gamma .$$

### Kommentarer til praktisk utførelse

**Oppgave 1:** Gassmengden vi betrakter er lufta inne i en plastikk sprøyte. Volumet til gassen kan avleses på en gradert skala på sylinderen sprøyta er laget av og trykket ved hjelp av en



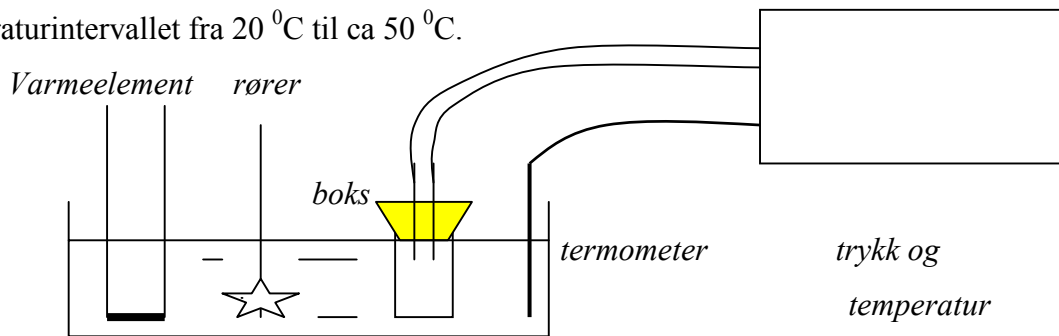
Utstyr for måling av volum og trykk til avgrenset gass

Pasco trykkmåler forbundet til enden av sylinderen. Neglisjer volumet som utgjøres av gassen i tilførselsslagen. Bruk vanlig trykkmåler, "Pressure Sensor- absolute" og før målingene inn i en tabell (Excel).

Forslag til volum: 20 ml, 17.5 ml, 15 ml, 12,5 ml og 10 ml. Se om produktet av trykk og volum er konstant (bruk Excel) og forklar eventuelle avvik. Ta så hensyn til gassvolumet i tilførselsslagen. Dette kan også gjøres i Excel.

### Oppgave 2

Koble en termometermåler (*stainless steel*) og en trykkmåler (*low pressure*) til SW 500 enheten i Pasco loggesystemet. Trykket i en aluminiumsboks måles mens temperaturen i ett vannbad økes jevnt med hjelp av et varmeelement. Bruk en loggefrekvens på 5 Hz og mål i temperaturintervallet fra 20 °C til ca 50 °C.



Oppsett for måling av trykk og temperatur

Trykket i gassen framstilles trykket som funksjon av temperaturen. Avgjør om grafen er lineær og tilpass den med en rett linje (*linear fit*). "Low pressure sensor" måler overtrykket (det som er over  $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa} = 100 \text{ kPa}$ ) i kiloPascal, slik at det reelle trykket er:

$$p = p_{\text{atm}} + p_{\text{målt}} = (100 + p_{\text{målt}}) \text{ kPa}$$

Regn med at atmosfæretrykket er  $1 \text{ atm}$ , eller du kan også foreta en avlesning av dagens lufttrykk fra veggbarometeret. Finn det aktuelle trykket ( $p$ ) og absolutt temperatur ( $T$ ) i ”Calculator”;  $T = (t + 273^\circ \text{C})$ .

Framstill  $p$  mot  $T$ , tilpass grafen med en rett linje, og finn ut hvor den rette linja skjærer temperaturaksen. Se etter om dette kommer i nærheten av det absolutte nullpunktet. Dette skal følge av likningen for en ideell gass:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Forklar et eventuelt avvik.

*Hint 1*; Temperaturen inne i beholderen er nok litt mindre enn i vannbadet.

*Hint 2*: Dessuten er det vekselvirkninger mellom molekylene som gjør at de ikke følger gassloven fullt ut og som gjør at gassen kondenseres til væske før det absolutte nullpunktet.

### Oppgave 3

Koble opp utstyret som vist i appendix. Stempelposisjon måles ved hjelp av ”Rotatory motion sensor”, og kryss av bruksmåte ”position”. Bruk ”low pressure sensor”. Bruk ”stainless steel” termometer, som raskest tilpasser seg omgivelsenes temperatur. Bruk for eksempel en loggefrequens på 50 Hz. Før du setter i gang målingene, kan du kalibrere utstyret:

*Posisjonsmåleren*: Start måling, og flytt stempelet oppover i skritt på 1 cm fra bunnpunktet, opp til 10 cm. Lagen graf og sjekk posisjonsmåleren.

*Trykkmåleren*: Legg på kjente vekter: 10-20-100-200-400 g. Er f. eks. massen på stempelet  $m = 200 \text{g}$ , blir vekta  $mg$ , og trykket:

$$P = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{m \cdot g}{\pi \cdot r^2} = \frac{0.2 \text{kg} \cdot 10 \text{m/s}^{-2}}{3.14 \cdot 1.625^2 \text{cm}^2} = \frac{2 \text{N}}{8.3 \cdot 10^{-4} \text{m}^2} = 0.24 \frac{\text{N}}{10^{-4} \text{m}^2} = 2.4 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} = 2.4 \text{kPa}$$

$A$  er stempelarealet. Enheten langs aksene for trykkmåleren er  $\text{kPa}$ . Lag en graf, les av verdier, og se om dette stemmer.

Utfør den sykliske prosessen på følgende måte:

- 1- Legg loddet på stempelet når gasstanken er i det kalde vannet ( $T_1$ ) – dette skjer raskt (adiabatisk kompresjon, ingen varmetilførsel).
- 2- Før gasstanken over til det varme vannet ( $T_2$ ) og la gassen utvide seg – da er trykket konstant (isokor utvidelse).

- 3- Ta av loddet – dette skjer så raskt at ikke varme kommer inn i sylindere (*adiabatisk ekspansjon*).
- 4- Før gasstanken over i det kalde reservoaret og vent til ny temperaturlikevekt er oppnådd (*isokor kompresjon*).

### **Eksempel på beregning av utført arbeid**

Arbeidet som gassen utføres kan beregnes på forskjellig vis:

**a:** Gassen utfører et *mekanisk arbeid* når loddet løftes opp i tyngdefeltet som er:

$$W = mg \cdot \Delta h$$

der  $m$  er massen til loddet og  $\Delta h$  er høyden som loddet heves. Dersom stighøyden er  $\Delta h =$

1cm, blir; 
$$W = mg \cdot \Delta h = 0.2\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.01\text{m} = 0.02\text{Nm} = 0.02\text{J} ,$$

$\Delta h$  blir også målt av "Rotary Motion sensor, linear position".

**b:** Arbeidet kan også finnes som arealet av "trapeset" i  $pV=pAx$  diagrammet.

Stempelarealet  $A$  er  $8.3 \text{ cm}^2 = 8.3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ .

**c:** Det utførte arbeidet som utføres kan også beregnes i "Calculator", som;

$$W = \oint P \cdot dV \text{ Bruk } \text{sum}(p \cdot \Delta V) = \text{sum}(p \cdot A \cdot \Delta x) = \text{sum}(p \cdot A \cdot v \cdot \Delta t),$$

der  $p$  defineres som trykket og  $v$  som farten til stempelet. Har du brukt en loggefrequens på 50 Hz, er tidsintervallet  $\Delta t = 0.02 \text{ s}$ .

Videre er trykket oppgitt i  $kPa$ , slik at uttrykket i parenteser må multipliseres med faktoren 1000.

**Varmemengden** som tilføres lufta i det varme reservoaret er:

$$Q_2 = n \cdot C_p \cdot \Delta T = \frac{p_1 V_1}{RT_1} \cdot \frac{7}{2} \cdot R \cdot (T_v - T_k) = \frac{7}{2} \cdot \frac{p_1 V_1}{T_1} \cdot \Delta T$$

Gassmengden ( $n$ ) i mol er bestemt fra gassloven, og over er det brukt tilstandsparametrene i det kalde reservoaret;  $P_1 = 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$ ,  $V_1$  av boksen er ca.  $100 \text{ cm}^3$ , og  $T_1 = 293 \text{ K}$ , altså:

$$Q = \frac{7}{2} \cdot \frac{10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 10^2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{293\text{K}} \cdot 50\text{K} \approx 6\text{J} ,$$

når temperaturforskjellen  $\Delta T$  er satt til 50 K. Virkningsgraden skulle med dette bli:

$$\eta = \frac{0.02}{6} \approx 0.003.$$

Dette tallet kan sammenliknes med teoretisk virkningsgrad for en Brayton syklus:

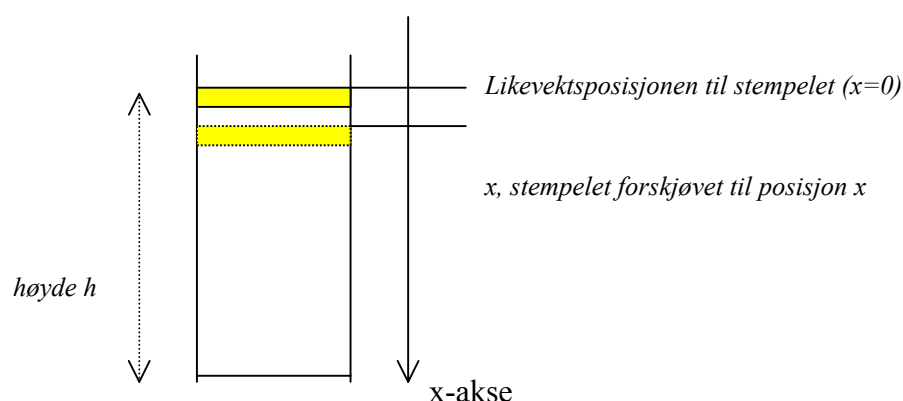
$$\eta = 1 - \left( \frac{p_0}{p_0 + \Delta p} \right)^{\frac{0.4}{1.4}} = 1 - \left( \frac{10^5}{10^5 + 2.4 \cdot 10^3} \right)^{0.286} = 1 - \left( \frac{1}{1.024} \right)^{0.286} = 0.01$$

Trykket i tilstand a,  $p_a$ , er satt til atmosfæretrykket ;  $p_a = p_0$ , og trykket i tilstand b,  $p_b$ , er satt til atmosfæretrykket pluss vekten av loddet som legges på stempelet.

Av dette uttrykket ser en at trykket må økes adskillig for at virkningsgraden skal økes. Det er dette som skjer i dampturbiner eller jetmotorer.

### ***Måling av adiabatkonstanten ved Ruchardt's metode***

Denne metoden baserer seg på å måle svingningene til et stempel som stenger inne en gassmengde.



*innestengt luftsøyle med svingende stempel*

Et stempel med masse  $m$  inneslutter en gassmengde. Trykket  $p$  i gassen er gitt ved:

$$p = p_0 + \frac{mg}{A}, \quad \text{der } p_0 \text{ er atmosfæretrykket og } A \text{ arealet til stempelet. Når stempelet}$$

forskyves et stykke  $x$  fra likevektsposisjonen ( $x=0$ ) endres trykket fra verdien  $p$  til  $(p + dp)$ .

Da øker kraften på stempelet med størrelsen  $A dp$ . Friksjonskraften er proporsjonal med

hastigheten, slik at det kan skrives:  $F_{fr} = \mu \cdot \frac{dx}{dt}$ . Newtons II likning for bevegelsen til

stempelet omkring likevektsposisjonen blir da:



$$A \cdot dp - \mu \cdot \frac{dx}{dt} = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}. \quad \text{For å løse likningen, må vi finne en sammenhengen}$$

mellom trykkendring ( $dp$ ) og posisjonen ( $x$ ). Vi regner trykkendringene som raske, og da kan adiabatlikningen for gassen brukes:  $p \cdot V^\gamma = \text{konstant}$ , som ved derivasjon gir:

$$dp \cdot V^\gamma + p\gamma \cdot V^{\gamma-1} \cdot dV = 0, \quad \text{eller: } dp = -\frac{p\gamma}{V} \cdot dV = -\frac{p\gamma}{V} \cdot Ax,$$

når vi har brukt relasjonen:  $dV = Ax$ .

Bevegelseslikningen til stempelet blir da:  $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\mu}{m} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{p\gamma A^2}{mV} \cdot x = 0$ . Løsningen til

denne differensiallikningen er en dempet svinging med sirkelfrekvens:  $\omega = \sqrt{\frac{p\gamma A^2}{mV}}$ , som løst

med hensyn på adiabatkonstanten gir:  $\gamma = \omega^2 \cdot \frac{mV}{pA^2} = \omega^2 \cdot \frac{mh}{pA}$ . Alle størrelsene er tilgjengelig

for måling slik at adiabatkonstanten kan bestemmes.

Oppgitt:  $m$  (massen til stempelet) = 35.0 g,  $A$  (arealet til stempelet) =  $A = \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 8.3 \text{ cm}^2$ ,

$V$  (volumet til gassen);  $V = A \cdot h$ , der høyden  $h$  av luftsøylen må måles, trykket i sylindren

er:  $p = p_0 + \frac{mg}{A}$ , der  $p_0$  er atmosfæretrykket (omtrent  $10^5$  Pa). Svingefrekvensen  $f$

bestemmes fra måling, og sirkelfrekvensen til svingningen er da;  $\omega = 2\pi f$ . Eksempel på en

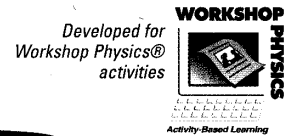
Excel beregning er gitt nedenfor:

m	0.035 p0	1.00E+05
g	9.81 p	1.00E+05
D	0.0325 f	40
A	0.000829577 omega	251.327412
h	0.06 adiabatk	<b>1.59E+00</b>
V	4.97746E-05	

Finn svingefrekvensen ved tilpasning i Excel og bruk av *Solver*.

# Heat Engine/Gas Law Apparatus

TD-8572



- Near-Frictionless Piston and Cylinder System
- Demonstration or Computer Data Collection
- Heat Engine and Gas Law Experiments

An affordable, general-purpose apparatus for quantitative experiments involving the Ideal Gas Law and for investigations of a working heat engine.

Features a nearly friction-free piston/cylinder system. The 32.5 mm diameter graphite piston fits snugly into a precision-ground Pyrex® cylinder so that the system produces almost friction-free motion of 10 cm and minimal leakage.

## Specifications

**Piston diameter:** 32.5 mm

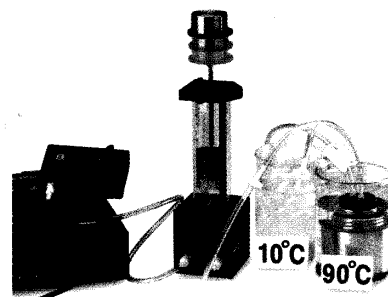
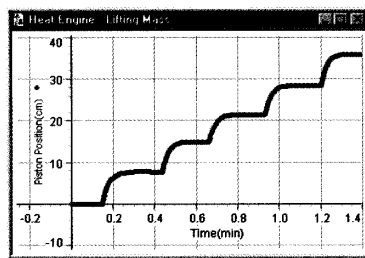
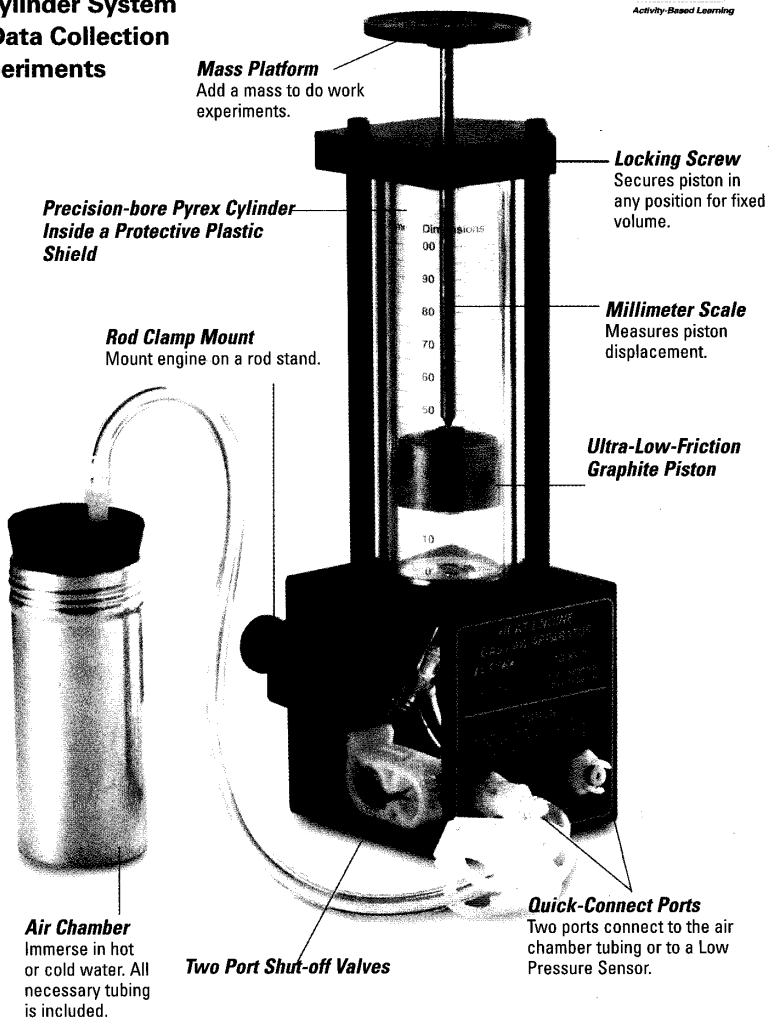
**Maximum piston displacement:** ≈10 cm

## Heat Engine Doing Work

When the air chamber is moved from the cold bath to the hot bath, the piston moves up and lifts the 200-gram mass. When the chamber is moved back to the cold bath, external air enters the chamber through a one-way intake valve. Repeating the cycle causes the mass to continue to rise.



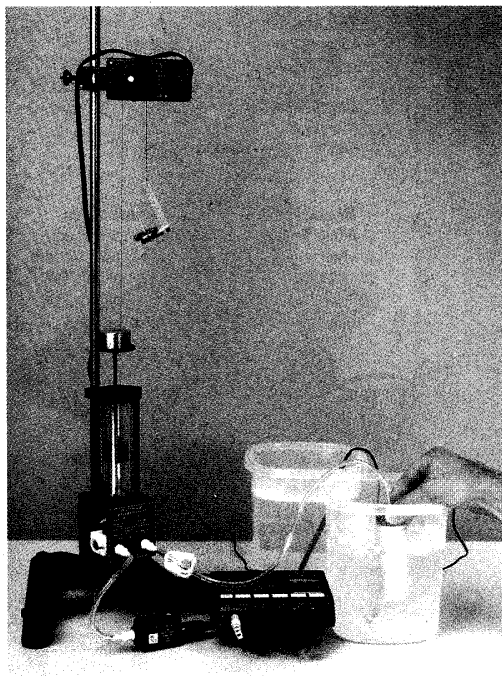
Simulator available- Page 93



This graph of Mass Platform Position vs. Time shows that each time the chamber is placed into the hot water bath, the mass is lifted higher as the gas expands. (Position data was taken using the CI-6538 Rotary Motion Sensor.)

## A Real-Time Heat Engine Cycle

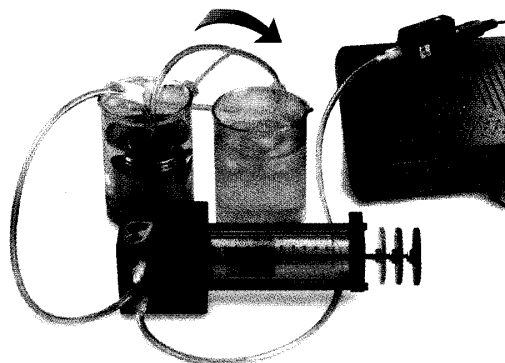
By moving the chamber from cold to hot water baths and letting the piston move, students can generate many types of heat engine cycles. The graphs below show an isobaric/isothermic cycle created with a cold water bath at 7.2°C and a hot water bath at 66.2°C.



The actual efficiency is determined for a heat engine which lifts a weight as heat is added to the gas.

## Ideal Gas Law

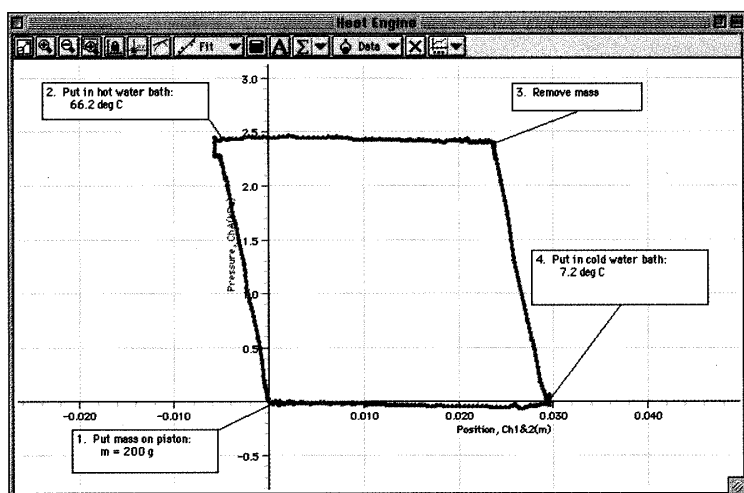
Place the heat engine on its side so the weight of the piston becomes negligible. Submerge the air chamber in the cold bath and let it equilibrate. Quickly shift the chamber to the hot bath and watch the piston move up the cylinder. The Pressure Sensor shows that the pressure remains constant while the volume increases.



When the heat engine is placed on the overhead projector, the piston position and the scale are clearly visible to the entire class.

## Heat Engine Accessory Includes:

- Air Chamber
- Rubber Stopper
- Tubing



Graph of Pressure versus Piston Position  
(Position data was taken using the CI-6538 Rotary Motion Sensor.)

## Order Information

Heat Engine/Gas Law Apparatus TD-8572

### ▲ Required for use with ScienceWorkshop:

Low Pressure Sensor	CI-6534A	p. 44
Pressure Sensor (Absolute)	CI-6532A	p. 44
Temperature Sensor	CI-6505B	p. 45
Rotary Motion Sensor	CI-6538	p. 36
ScienceWorkshop 500 or 750 Interface		p. 26-32

### ■ Replacement Supplies:

Heat Engine Accessory	TD-8581
-----------------------	---------

