

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET

INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Martin Grønseth, tlf. 41304660

EKSAMEN I EMNE TFY4115 FYSIKK

Fredag 9. desember, 2005

09.00-13.00

Tillatte hjelpemidler : K.Rottman, Matematisk formelsamling

Godkjent kalkulator

Vekttall : 2.5

Språkform : Bokmål

Antall sider : 14

Sensurdato : Innen 31. desember

- Oppgave settet inneholder 3 oppgaver, med i alt 12 deloppgaver. Hver deloppgave teller likt ved sensur.
- Bak oppgave settet finner du et vedlegg på 10 (ti) sider med formler det kan, men ikke nødvendigvis vil, bli bruk for. Kandidaten må selv tolke symbolene i oppgitte formler.
- Les hver oppgave nøye!

Oppgave 1

Et legeme som enten kan være en homogen massiv sylinder, hul sylinder, eller massiv kule med total masse M og radius R , roterer om sitt massesenter med vinkelhastighet ω_0 . Legemets treghetsmoment for den aktuelle dreiningen om sitt massesenter er $I_c = \alpha MR^2$, der $\alpha = 2/5, 1/2, 1$ for henholdsvis massiv kule, massiv sylinder, og hul sylinder. Det roterende legemet settes forsiktig ned på et horisontalt underlag, og beveger seg deretter mot høyre. Til å begynne med både ruller og glir legemet (spinner), men etter en tid har friksjonen mot underlaget medført at det har gått over til en ren rullende bevegelse.

a) La origo O være legemets første berøringspunkt med underlaget. Hva er legemets spinn L_0 om O like før det berører underlaget?

b) Bruk loven om bevarelse av spinn til å vise at legemets vinkelhastighet ω_1 når legemet har gått over til ren rullende bevegelse, er gitt ved

$$\omega_1 = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \omega_0.$$

c) Finn hvor langt legemet har beveget seg før det har gått over til ren rullende bevegelse. Friksjonskoeffisienten mellom legemet og underlaget er μ . Uttrykk svaret ved tyngdens aksellerasjon g , samt μ , R , ω_0 , og α .

d) Hva er forandringen i legemets totale energi over denne avstanden? Uttrykk svaret ved hjelp av M, R, ω_0, α . Forklar også hvorfor denne er forskjellig fra produktet av friksjonskraften og veilengden som vi fant under punkt c). For hvilket av de tre legemene er denne forskjellen minst?

Oppgave 2

I denne oppgaven skal vi se på en spesiell varmemaskin, den såkalte Otto-maskinen. Denne maskinen danner det prinsipielle grunnlaget for diesel- og bensinmotorer, og er definert ved følgende sykliske prosess i et (P, V) -diagram: Vi starter med et høyt trykk og lite volum (P_a, V_a, T_a) og ekspanderer arbeidssubstansen adiabatisk til et trykk (P_b, V_b, T_b) , deretter kjøles systemet ned ved en isochor prosess til (P_c, V_c, T_c) , deretter utføres en adiabatisk kompresjon til (P_d, V_d, T_d) , og endelig varmes systemet opp ved en isochor prosess tilbake til utgangspunktet (P_a, V_a, T_a) .

a) Forklar begrepene isoterm, isochor, isobar, og adiabatisk prosess. Tegn opp den sykliske prosessen beskrevet over i et (P, V) -diagram, og angi relasjonene mellom volumene (V_a, V_b, V_c, V_d) .

b) Bruk termodynamikken første lov

$$dQ = dU + P dV,$$

til å beregne tilført varme Q_h og avgitt varme Q_c i prosessen. Bruk at varmekapasiteten ved konstant volum er C_V og at varmekapasiteten ved konstant trykk er $C_P = C_V + Nk_B$, der N er antall partikler i systemet, og $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ er Boltzmann's konstant. NB!! Vær nøye med fortegnene på svarene!

c) Vi antar at arbeidssubstansen er en ideell gass, slik at $PV = Nk_B T$, der T er absolutt temperatur. Bruk termodynamikkens første lov til å vise at vi har

$$\begin{aligned} T_a V_a^{\gamma-1} &= T_b V_b^{\gamma-1}, \\ T_c V_c^{\gamma-1} &= T_d V_d^{\gamma-1}, \end{aligned}$$

der $\gamma = C_P/C_V$.

d) Beregn arbeidsmaskinens virkningsgrad

$$\varepsilon = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h},$$

uttrykt ved hjelp av kompresjonsforholdet $r = V_c/V_d$ og γ . Vi antar så at C_V er større for en to-atomig gass enn for en en-atomig gass. Vil virkningsgraden ε bli større eller mindre dersom vi endrer arbeidssubstansen i maskinen fra en to-atomig til en en-atomig gass? Svaret skal begrunnes.

Oppgave 3

En kloss med masse m beveger seg med friksjon på et plant underlag. Klossen er festet i en vegg via en fjær med stivhet k . Når klossen ligger i ro i likevekt har den en avstand X_0 fra veggen, og avviket fra likevekts posisjonen kaller vi $x(t)$, der t er tiden. Newton's 2. lov for svinge-bevegelsen rundt likevekt er gitt ved

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k x - b \frac{dx}{dt},$$

der hastighets-leddet på høyre side kommer fra friksjonen mot underlaget, og b er en positiv dimensjonsbeheftet konstant. Løsningen av denne svingeligningen er gitt på formen

$$x(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \theta).$$

Ved tiden $t = 0$ har vi initialbetingelsene $x = 0$ og $dx/dt = V_0$. NB!! Vi forutsetter at initialbetingelsene og parametrene i problemet er slik at klossen ikke berører veggen.

- Finne A og θ uttrykt ved rent numeriske konstanter, og eventuelt ω , V_0 , og γ .
- Finne, ved innsetting av $x(t)$ i bevegelsesligningen, uttrykk for konstantene γ og ω uttrykt ved k, m, b .
- Finne et uttrykk for *det maximale* utslaget fra likevekt dette systemet har etter at det er satt igang, uttrykt ved V_0, k, m, b . Hva skjer med dette maximale utslaget når massen m økes ved fiksert starthastighet V_0 ? (Du kan enten finne svaret fra uttrykket du blir bedt om å finne i punkt c), eller argumentere kvalitativt uten detaljert regning).
- Finne den minste verdien av b som gjør at systemet ikke passerer likevektsposisjonen igjen etter å ha blitt satt igang med initialbetingelsene over, uttrykt ved k, m , og gi uttrykket for $x(t)$ i dette tilfellet. Skisser $x(t)$ som funksjon av t . (Hint: $\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\sin(\omega t)}{\omega} = t$.)