Termiske fysikk, 2006.

Løsning øving 4. (1)

Oppgave 1.

Virkningsgrad for kraftverket: $\eta = \frac{W}{Q_2} = \frac{W}{|Q_1| + W}$

der Q_1 er avgitt varme (effekt) som dumpes. Løst m.h.p. W som er den største elektriske effekt kraftverket kan levere, gir dette

$$\eta |Q_1| + \eta W = W$$

$$W = \frac{\eta}{1-\eta} |Q_1| = \frac{0{,}4}{1-0{,}4} 1500\,MW = \underline{\underline{1000\,MW}}$$

Tilført varmeenergi: $Q_2 = W + |Q_1| = \underline{\underline{2500\,MW}}$

Med vannføring A, temperaturstigning ΔT og varmekapasitet C blir avgitt varme

$$|Q_1| = C \cdot \Delta T \cdot A$$

som gir vannføringen ($1\,cal = 4{,}184\,J$)

$$A = \frac{|Q_1|}{C \Delta T} = \frac{1{,}5 \cdot 10^9\,J/s}{4{,}184\,J \cdot 5\,K} = \underline{\underline{71{,}7 \cdot 10^3\,kg/s}} \approx \underline{\underline{72\,tonn/s}}$$

(2)

Oppgave 2.

a) Benytter at tilført varme er gitt ved

$$đQ = dU + p\,dV = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV + p\,dV =$$

$$C_V\,dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] dV = C_V\,dT + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dV$$

når relasjonen for $(\partial U/\partial V)_T$ benyttes. Fra tilstandslikningen finner en så

$$\frac{1}{T}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \frac{R T}{V-b}.$$

For adiabatiske prosesser er $đQ = 0$, så for den reversible prosessen ($đW = p\,dV$) har vi da

$$0 = C_V\,dT + \frac{RT}{V-b}\,dV$$

$$C_V \frac{dT}{T} = -R\frac{dV}{V-b}$$

$$C_V \ln T = -R \ln(V-b) + konst$$

eller $\underline{\underline{T(V-b)^{R/C_V} = konst.}}$

Fra tilstandslikningen er $RT = (p + \frac{a}{V^2})(V-b)$ slik at en også finner

$$\underline{\underline{\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V-b)^{1+R/C_V} = konst.}}$$

Når $C_V \to \infty$ finner en $T = konst$ eller $(p + \frac{a}{V^2})(V-b) = konst$. Dermed er adiabatene blitt isotermer. Fysisk forstås dette ved at energien som trengs til å utføre arbeidet blir tatt fra den indre energien, og når C_V er stor blir temperaturstigningen liten for å få en gitt energiendring. Med $C_V = \infty$ blir endringen i T lik 0. Følgelig må da adiabatene gå over til isotermer. ③

b) ~~Her~~ vil det være enklest å bestemme arbeidet ved å regne ut tilført varmemengde Q_2 og avgitt varmemengde Q_1 (<0) langs isotermene ab og cd. Da må en ta hensyn til at indre energi endrer seg med V. Med tilstandslikningen finner en

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p = \frac{a}{V^2}$$

eller integrert $U = -\frac{a}{V} + f(T)$

Arbeidet langs isotermene blir

$$W_{ab} = \int_{V_a}^{V_b} p\,dV = \int_{V_a}^{V_b}\left(\frac{RT_2}{V-b} - \frac{a}{V^2}\right)dV = \underline{RT_2 \ln\frac{V_b-b}{V_a-b} + a\left(\frac{1}{V_b} - \frac{1}{V_a}\right)}$$

$$W_{cd} = \underline{RT_1 \ln\frac{V_d-b}{V_c-b} + a\left(\frac{1}{V_d} - \frac{1}{V_c}\right)}$$

Tilført og avgitt varmemengde blir dermed

$$Q_2 = W_{ab} + U_b - U_a = RT_2 \ln\frac{V_b-b}{V_a-b}$$

$$Q_1 = W_{cd} + U_d - U_c = RT_1 \ln\frac{V_d-b}{V_c-b}$$

Kan så benytte adiabatlikningen

$$T_2(V_b-b)^{R/C_V} = T_1(V_c-b)^{R/C_V}$$

$$T_2(V_a-b)^{R/C_V} = T_1(V_d-b)$$

④

Ved å dividere likningene på hverandre finnes

$$\left(\frac{V_b-b}{V_a-b}\right)^{R/C_V} = \left(\frac{V_c-b}{V_d-b}\right)^{R/C_V}$$

eller

$$\frac{V_b-b}{V_a-b} = \frac{V_c-b}{V_d-b}$$

Ved å sette inn finner en dermed

$$Q_1 = -\frac{T_1}{T_2}Q_2$$

På grunn av energibevarelsen blir arbeidet

$$W = Q_2 + Q_1 = \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)Q_2$$

siden indre energi er uendret når maskinen er tilbake til utgangspunktet. Virkningsgraden blir følgelig

$$\eta = \frac{W}{Q_2} = \underline{\underline{1 - \frac{T_1}{T_2}}}$$

Virkningsgraden er altså som for Carnot-maskinen med ideell gass. Arbeidet avhenger riktignok av isotermenes form, men virkningsgraden gjør ikke det.