

Løsning øving 10.

Oppgave 1.

Frysepunktdepressjonen for en svak oppløsning er funnet til

$$\Delta T = -\frac{RT^2}{L} x_s$$

der  $L$  er smeltevarmen for oppløsningsmidlet og  $x_s$  er molbrøken til det oppløste stoffet. Da atomvektene til C, H og O er henholdsvis 12, 1 og 16 blir molekylvektene til de gitte stoffene følgende 62 ( $C_2H_6O_2$ ), 46 ( $C_2H_6O$ ) og 92 ( $C_2H_8O_2$ ). Med samme vekt er det derfor klart at etanol gir størst molbrøk og dermed lavest frysepunkt. 500g i 4l vann gir  $(500/4500) \cdot 100\% \approx 11\%$  i vekt. Frysepunktnedsettelsen blir

$$\Delta T = -\frac{8,314 (273)^2}{18 \cdot 80 \cdot 4,184} \cdot \frac{500}{46} \cdot \frac{500 + 4000}{46 + 18} K = -4,8 K$$

( $L = 80 \frac{cal}{g} \cdot 189 \frac{mol}{g} \cdot 4,184 \frac{J}{cal} = 6,0 \text{ kJ/mol}$ .) Teorien burde være brukbar med den resulterende molbrøken  $x_s = 0,047$ . Det må helt klart en sterkere blanding til om en vanlig vinter skal tåles. (500 g etylenglykol ville i regnestykket ovenfor gi  $\Delta T = -3,6 K$ .) Eksperimentelt har en

Etanol		Etylenglykol (vanlig frostvæske)	
Vekt %	$\Delta T / K$	Volum %	$\Delta T / K$
11,3	-5,0	12,5	-3,9
20,3	-11,6	32,5	-17,8
29,9	-18,9	44	-28,9
56,1	-41,0	52,5	-40,0

Oppgave 2.

a) Sluttvolumet er  $V_2 = \frac{1}{4} V_1$ , der  $V_1$  er startvolumet. Produsert ferskvann er

$$V_1 - V_2 = \frac{3}{4} V_1 = 1 \text{ m}^3$$

slik at  $V_1 = \frac{4}{3} \text{ m}^3$

Mengden salt i startvolumet  $V_1$  er bestemt av det osmotiske trykket  $\Delta p_o = 23 \text{ atm}$  via uttrykket

$$\Delta p = n \frac{RT}{V}$$

der  $n$  er antall mol oppløst stoff. Dette gir  $n = (\Delta p_o \cdot V_1) / RT$ . Deretter kan vi eliminere slik at for vilkårlig volum blir det osmotiske trykket.

$$\Delta p = \Delta p_o \frac{V_1}{V}$$

Det teoretisk minste arbeidet som trengs for å utvinne  $1 \text{ m}^3$  (1 tonn) ferskvann blir dermed

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} \Delta p dV = \Delta p_o V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \Delta p_o V_1 \ln \frac{V_1}{V_2} = \Delta p_o V_1 \ln 4$$

$$= 23 \cdot 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \frac{4}{3} \text{ m}^3 \cdot \ln 4 = 4,3 \cdot 10^6 \text{ J} = \frac{4,3 \cdot 10^6}{3600 \cdot 1000} \text{ kWh} = 1,2 \text{ kWh}$$

Med kraftprisen kr. 0,80 pr. kWh blir den teoretiske minsteprisen

96 øre/tonn ferskvann

b) Ved vanlig destillering må fordampingsvarmen  $\textcircled{3}$   
 for vann  $L = 540 \text{ cal/g} \approx 40,7 \text{ kJ/mol}$  tilføres. Uten  
 bruk av varmevekslere må også vannet varmes opp ca  
 $80^\circ\text{C}$  (fra  $20^\circ\text{C}$  til  $100^\circ\text{C}$ ) ved tilførsel av energi. Dette gir i  
 seg fall en total energi tilførsel

$$\Phi \approx (540 + \frac{4}{3}80) \text{ cal/g} = 647,184 \text{ J/g} = 2,7 \cdot 10^9 \text{ J/tonn}$$

$$\approx \underline{\underline{750 \text{ kWh/tonn}}}$$

Dette vil gi prisen kr. 600,- pr. tonn ferskvann.

c) Effekten som kan tas ut blir

$$P = \Delta p \cdot \Phi = (\Delta p_0 - \Delta p_{\pm}) \Phi = (\Delta p_0 - \lambda \Phi) \Phi$$

Konstanten  $\lambda$  bestemmes av at  $\Delta p_0 = \lambda \Phi_0$ , dvs.

$$\lambda = \frac{\Delta p_0}{\Phi_0}$$

slik at

$$P = \Delta p_0 \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \Phi = \Delta p_0 \Phi_0 \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \frac{\Phi}{\Phi_0}$$

Maksimal effekt bestemmes ved derivering

$$0 = \frac{\partial P}{\partial \Phi} = \Delta p_0 \left(1 - \frac{2\Phi}{\Phi_0}\right)$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \Phi_0$$

Maksimal effekt blir

$$P_{\text{maks}} = \Delta p_0 \left(1 - \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \Phi_0 = \frac{1}{4} \Delta p_0 \Phi_0 =$$

$$\frac{1}{4} \cdot 23,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,125 \text{ m}^3/\text{s} = 7,28 \cdot 10^4 \text{ W} \approx \underline{\underline{73 \text{ kW}}}$$

### Oppgave 3.

a) Det osmotiske trykket er gitt ved  $\textcircled{4}$

$$\Delta p = \frac{RT}{V} \Delta x$$

der  $V$  er det molare volumet for oppløsningsmidlet  
 og  $\Delta x$  er molbrøkforskjellen på de 2 sidene av membranen.  
 (Dette er en enkel generalisering av situasjonen med rent  
 oppløsningsmiddel på den ene siden. Med molbrøker  $x_1$  og  $x_2$   
 med oppløst stoff på hver side er  $\Delta x = |x_2 - x_1|$ .) Den  
 maksimale verdien som kan tolereres uten å ødelegge selve  
 membranen blir derfor

$$\Delta x = \frac{V}{RT} \Delta p = \frac{18 \cdot 10^{-6}}{8,314 \cdot 310} \frac{5}{760} \cdot 1,013 \cdot 10^5 = \underline{\underline{4,7 \cdot 10^{-6}}}$$

b) Frysepunktnedsettelsen er gitt ved

$$\Delta T = -\frac{RT^2}{L} x$$

Oppløst molbrøk blir følgelig

$$x = -\frac{L}{RT^2} \Delta T = \frac{6,0 \cdot 10^3}{8,314 \cdot (273)^2} 0,535 = \underline{\underline{5,2 \cdot 10^{-3}}}$$

der smeltevarmen  $L \approx 80 \text{ cal/g} = 80 \cdot 4,184 \cdot 18 \text{ J/mol} \approx 6,0 \text{ kJ/mol}$ .

Maksimal relativ endring som kan tales.

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{4,7 \cdot 10^{-6}}{5,2 \cdot 10^{-3}} \approx 0,9 \cdot 10^{-3} \approx \underline{\underline{0,1\%}}$$

[Ved injeksjon i blodkretsløpet tilsettes en passende mengde  
 koksalt slik at molbrøken blir fysiologisk riktig (isotonisk  
 løsning). Finjustering må skje ved blodcellene kan avgi eller  
 oppta noe vann (dvs. endre volum) uten å sprekke.]