**Institutt for fysikk, NTNU**
TFY4165 og FY1005 Termisk fysikk, våren 2006.

# Regneøving 12.

(Veiledning: Onsdag 3. mai kl. 12.15 - 14.00.)

## Oppgave 1

En svart overflate som holdes på konstant (høy) temperatur $T_h$ er parallell med en annen svart overflate med konstant temperatur $T_l$. Det er vakuum mellom platene.

For å redusere varmestrømmen på grunn av stråling innføres et varmeskjold som består av $N$ parallelle svarte plan som plasseres mellom den kalde og varme overflata. Etter en stund oppnås stasjonære forhold.

Beregn hvilken reduksjon av energistrømmen mellom overflatene $T_h$ og $T_l$ varmeskjoldet gir. (Svar: $1/(N+1)$)

## Oppgave 2

Poteter av en viss størrelse trenger 25 min for å koke ferdig. Anta at poteter er kokt ferdig når temperaturen i midten overstiger en viss verdi. Hvor lang tid trengs da for å koke ferdig poteter av samme type og samme form, men som er dobbelt så tunge?
(Svar: 40 min)

## Oppgave 3

I øving 9 ble sammenhengen mellom trykk $p$ og temperatur $T$ for elektroner i vakuum utenfor en metalloverflate funnet som

$$p = CT^{5/2} \exp\left(-\frac{\phi}{kT}\right)$$

der $C$ er en konstant og $\phi$ er bindingsenergi. Elektrontettheten i vakuum fører til en netto elektronstrøm mot metalloverflaten og da naturlig nok en tilsvarende strøm ut for å opprettholde likevekten. Bestem hvordan denne elektronstrømmen $I$ ut fra en metalloverflate varierer med temperaturen $T$. (Svar: $AT^2 \exp(-\phi/(kT))$, $A$ =konst)

## Oppgave 3

a) Vis ved innsetting at

$$T = T(r,t) = a\frac{\sin(kr)}{r}e^{-Dk^2t}$$

er en løsning av diffusjonslikningen

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D\nabla^2 T \quad \text{der} \quad \nabla^2 = \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}r \quad \text{med kulesymmetri.}$$

b) En mer vilkårlig kulesymmetrisk løsning er gitt ved

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\sin(k_n r)}{r} e^{-Dk_n^2 t} + T_\infty.$$

Størrelsene $a_n$ og $k_n$ bestemmes av grensebetingelsene. Hvilke verdier kan $k_n$ ha når en grensebetingelse er at $T(R,t) = T_\infty$?

c) Varmeledningslikningen skal ved siden av grensebetingelsen $T(R,t) = T_\infty$ løses med begynnelsesbetingelsen

$$T(r,0) - T_\infty = T_0 \;\; (= \text{konst}), \qquad (\text{for } r < R).$$

Koeffisientene $a_n$ kan så bestemmes ved å regne ut integralet

$$a_m = \frac{2}{R}\int_0^R (T(r,0) - T_\infty) r \sin(k_m r)\, dr.$$

Vis ved å sette inn uttrykket under punkt b) at dette gir riktig verdi for $a_m$. [Dette tilsvarer rekkeutvikling av en vilkårlig funksjon i egentilstander i kvantemekanikk. Her blir dette en fourier-rekke (sinusrekke) av funksjonen $(T - T_\infty)r$ i intervallet $-R < r < R$.]

Regn så ut koeffisientene $a_n$. (Svar: $2RT_0/(n\pi)(-1)^{n-1}$)

Oppgitt: $2\sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$ og

$\int x \sin(\alpha x)\, dx = -x\cos(\alpha x)/\alpha + \sin(\alpha x)/\alpha^2$.

d) For store tider ($\exp(-Dk_1^2 t) \ll 1$) vil leddet med $k_1$ dominere slik at de øvrige leddene kan neglisjeres. Betrakt så avkjøling av en kule der grensebetingelsene er som under punkt c). Anta at kula består vesentlig av vann (som er bundet slik at det ikke kan strømme). Ved hvilken tid $t = \tau$ er temperaturen i midten av kula ($r = 0$) sunket til $T = 0{,}1\, T_0 + T_\infty$ (slik at $k_1$-leddet dominerer) når $R = 5{,}0\,\text{cm}$ og $D = D_T = 0{,}00050\,\text{m}^2/\text{h}$ for vann? (Svar: 1 time 31 min)

Oppgitt: $\sin x/x \to 1$ når $x \to 0$.