

Oppgave O-1. Avbildning

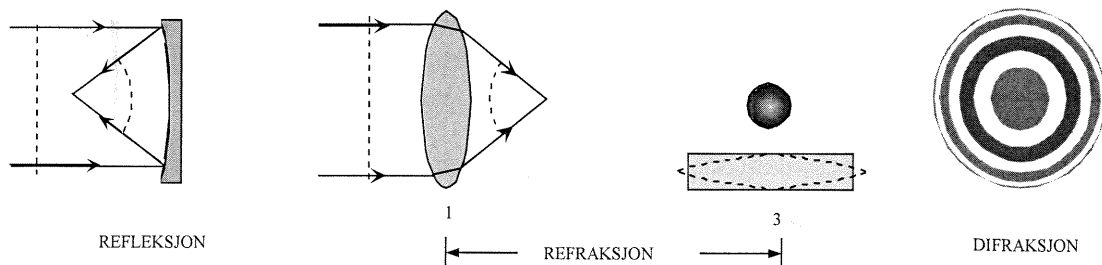
Måling av fokallengde og hovedplan

Før at et objekt som sender ut lys, skal kunne avbildes må vi ha et optisk element som samler lysstrålene fra hvert punkt på objektet til tilsvarende punkt i billedrommet (se vedlegg A1 og A). Dette kan gjøres ved refleksjon fra et krumt speil - figur 1 – hvor overflaten følger en sfærisk flate, en paraboloid, en hyperboloid eller en ellipsoide avhengig av hvilken avbildningssituasjon vi har.

Den vanligste avbildningen skjer likevel ved brytning i materialer. Det er mest vanlig å endre tykkelsen - 2 på figur 1, men vi kan også holde tykkelsen konstant og variere brytningsindeksen - 3 på figur 1 (NB! figuren er litt misvisende idet gråtoner er brukt til å angi økende brytningsindeks over tverrsnittet). Med moderne teknikker kan vi også kombinere tykkelse og brytningsindeksvariasjon.

Avbildningen kan også skje ved diffraksjon, til høyre i figur 1 er antydning av soneplatelins som er et sirkulært gitter hvor gitteravstanden minker lineært ut fra sentrum (soneplatelinsen er litt spesiell ettersom den har både en positiv og en negativ fokallengde, dessuten er fokallengden direkte avhengig av bølgelengden).

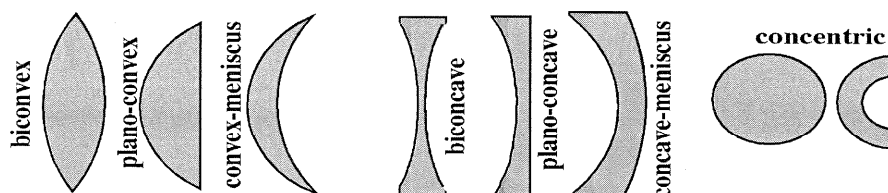
Alle disse elementene vil gi bilder av et objekt ved å endre krumningen på den bølgefronten som kommer inn på linsen slik antydning på figur 1.



Figur 1

Det er vanlig å dele linsene inn i positive eller negative linser hvor kriteriet er om en plan bølgefront dvs. lyset fra et punkt i uendeligheten, kommer ut av linsen som en konvergerende kulebølge eller en divergerende. Den konvergerende bølge fra den positive linsen konsentreres i et fokuspunkt før den sprer seg videre ut mens den divergerende bølgen sprer seg ut som om den kommer fra et punkt bak den negative linsen.

I denne oppgaven skal vi se på de vanlige glasslinsene hvor brytningsindeksen er konstant og tykkelsen varierer slik at vi får sfæriske linseoverflater. Disse overflatene kan kombineres på forskjellig vis for å få positiv eller negativ fokallengde slik som vist på figur 2.



Figur 2

Linsetyper baserte på sfæriske overflater

I tillegg til lensens diameter er **fokallengden** med fortegn og størrelse er den viktigste parameteren for å karakterisere et avbildningssystem.

For tynne **positive linser** er det enkelt å måle fokallengden med god nøyaktighet - mest vanlig er å sende en planbølge (kollimert lys) inn på linsen og bestemme hvor lyset blir mest konsentrert. Planbølger svarer til at objektet befinner seg i uendeligheten, men i praksis kan vi nøye oss med et objekt i rimelig fjern avstand – feilen vi gjør ved å anta uendelig avstand til et objekt noen meter borte, vil som regel være vesentlig mindre enn avlesningsnøyaktigheten med de fokallengder vi vanligvis arbeider med. Alternativt kan vi avbilde et objekt i en gitt avstand og bruke linseformelen for å beregne fokallengden. For **negative linser** er måleproblemet mer komplisert på grunn av at fokalpunktet befinner seg bak linsen (virtuelt bilde) i forhold til lysets utbredelsesretning. Vi kan derfor ikke bestemme dets posisjon ved å plassere en skjerm der. De fleste metoder som brukes for å måle fokallengder for spredelinser baserer seg derfor på å kombinere spredelinsen med en samlelinse med kjent fokallengde slik at det resulterende system gir et reelt bilde.

Vi skal i denne oppgaven først bestemme fokallengdene til en positiv og en negativ linse ved bruk av forskjellige avbildningsmetoder.

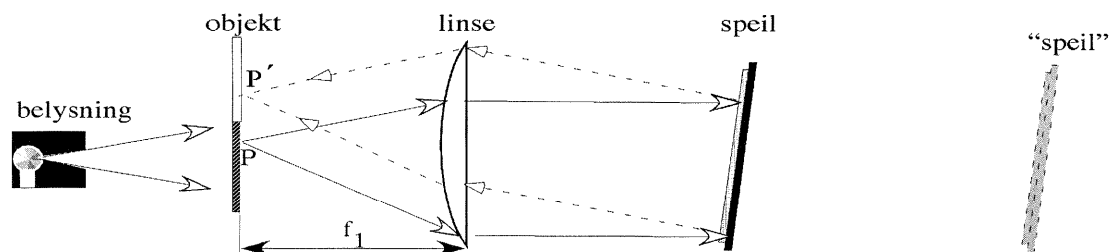
Vi skal deretter sette de to lensene sammen til et linsesystem hvor vi skal bestemme resulterende fokallengde relatert til lensens **hovedplan** ved bruk av vinkelmåling.

Vi forutsetter i det videre at de enkle lensene har begge hovedplanene liggende midt i lensene.

1. Positiv linse L_1 .

Målemetoden bygger på at parallelle stråler som sendes inn mot en linse blir fokusert til fokalplanet. I de fleste optiske system kan vi imidlertid snu retningen på lysgangen og få samme strålegang. I denne sammenhengen betyr det at stråler som kommer fra et punktkilde i fokalplanet forlater linsen som parallelle stråler.

Vi skal bruke et oppsett som er vist på figur 3. Oppsettet er plassert på en optisk benk. Som objekt bruker vi et belyst transparent bilde som plasseres foran linsen. Et plant speil settes bak linsen - speilet skråstilles noen få grader. Ved å skyve linsen og speilet langs den optiske benken, vil vi kunne oppnå et skarpt og like stort bilde (som objektet) i det hvite feltet ved siden av transparentet. Dette er bare mulig hvis strålene fra hvert punkt på objektet faller parallelt mot speilet. Dermed må objektet stå i fokalplanet til linse L_1 og **vi finner fokallengden f_1 ved å lese av skalaen på den optiske benken**. Legg merke til at speilet kan stå i hvilken som helst posisjon bak linsen, men blir avstanden for stor blir det bare en liten del av transparentet som vil avbildes.



Figur 3

Hvis dere føler dere usikre på begreper som reelle og virtuelle bilder, bilder i uendeligheten osv. bør dere ta dere tid til å “leke” litt med dette enkle oppsettet. Se også Vedlegg A.

Fjern speilet etter dere har bestemt fokallengden og se på bildet av objektet gjennom linsen.

Hvor ligger dette bildet (sjekk linseformelen)??

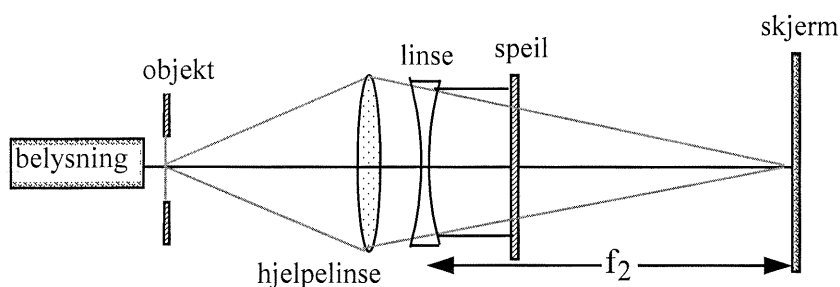
Dette bildet vil være like stort vinkelmessig enten dere plasserer øyet helt inntil linsen eller langt borte! Hvorfor?

Flytt linsen slik at dere kan følge overgangen mellom virtuelt og reelt bilde – hvor skjer denne overgangen? Hvordan ser dere om bildet er virtuelt eller reelt?

Sett inn skjermen og fang opp det reelle bildet.

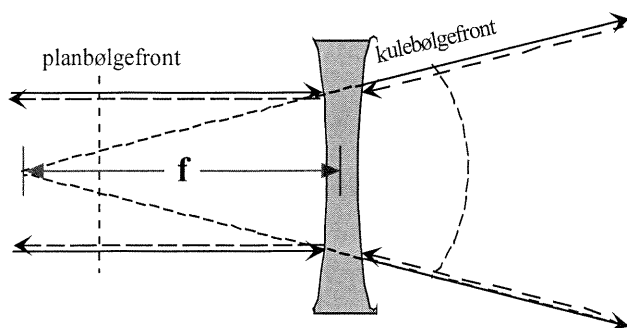
Les av objekt - og billedavstand for et par kombinasjoner (for eksempel objektavstand = $2f$ og $4f$) og overbevis dere om at linseloven, dvs. at fokallengden målt med linseloven stemmer med det som tidligere er målt?

2. Negativ linse.



Figur 4

Oppsettet som skal brukes er vist på figur 4. Linse L_1 fra forrige punkt brukes her som hjelpelinse og plasseres foran den negative linsen L_2 . Bak denne linsen plasseres igjen speilet S.



Figur 5

Før vi går videre med målemetoden kan det være nyttig å presisere hvordan en negativ linse virker. På figure 5 kommer lys fra et uendelig fjernt objekt inn på linsen som en parallell bølge. Bølgen spres av linsen til en kulebølge som tilsynelatende divergerer fra fokuspunktet i avstand $-f$ foran linsen. Hvis vi snur utbredelsesretningen, dvs. at vi sender en bølge som konvergerer mot fokuspunktet inn mot linsen, så må den komme ut av linsen som en plan bølge.

Når vi vender tilbake til figur 4, så vil derfor et punkt i objektet som avbildes av hjelpelinsen til fokalplanet til den negative linsen, gi parallelle stråler mot speilet. Ved samme argument som i det forrige oppsettet vil da strålene etter refleksjon fra speilet danne et skarpt og like stort bilde ved siden av objektet.

Fremgangsmåten blir da:

Vi forskyver linsene og speilet samtidig langs benken til vi får fram bildet.

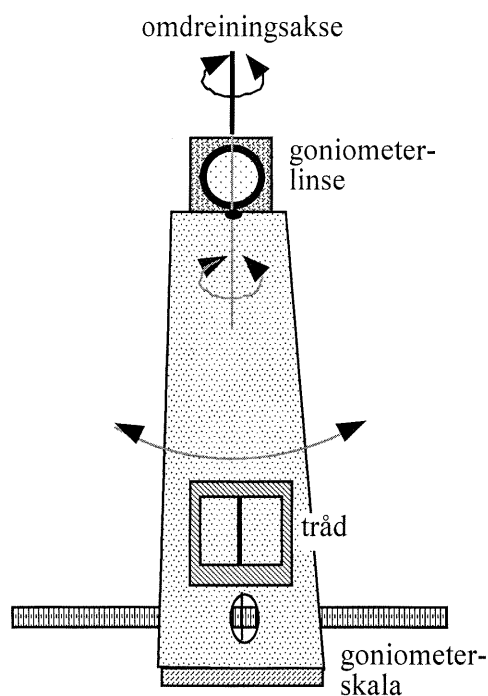
Når dette er funnet, noterer vi posisjonen til den negative linsen og fjerner deretter både denne og speilet.

Med bruk av skjermen finner vi til slutt det reelle bildet av objektet som hjelpelinsen danner.

Dette billedplanet er i følge figur 4 også fokalplanet for den negative linsen i den opprinnelige oppstillingen.

Fokallengden f_2 til linse L_2 er dermed lik avstanden mellom skjermen og den posisjonen hvor den konkave linsen sto (se figur 4) og kan bestemmes.

3. Målinger av fokallengder ved bruk av goniometer.



Figur 6

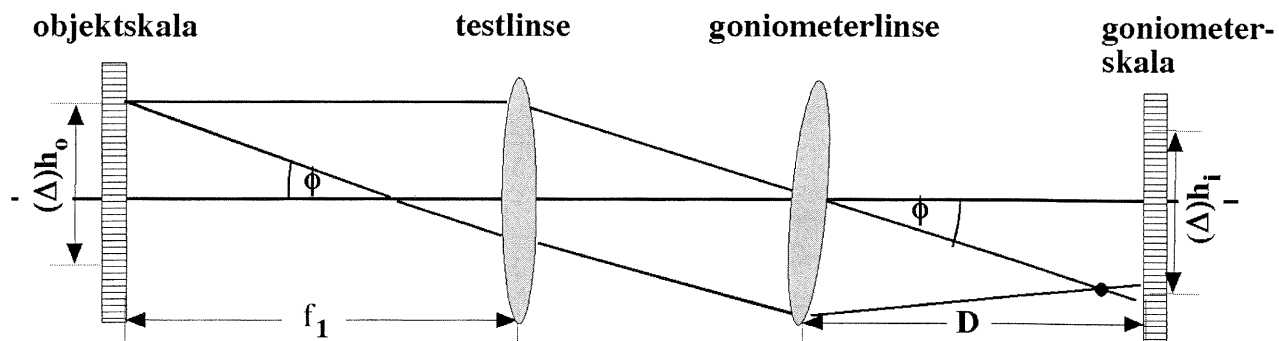
Goniometret er et enkelt instrument til måling av vinkler (gonia = vinkel); se figur 6 og 7.

Optikken i instrumentet består av en positiv linse (goniometerlinsen) som har en tråd fastspent i bakre fokalpunktet til linsen. Linsen og tråden er festet til en dreibar arm som har omdreiningspunktet i sentrum av linsen.

Dreiningen av goniometerarmen leses av på en mm-skala. Dreieutslaget på goniometerskalaen $h_i/2$ dividert med avstanden D mellom linsen og skalaen gir tangens til dreievinkelen ϕ .

Goniometret kan brukes til å finne fokallengde og hovedplan for enkle positive linser og sammensatte linsesystem som har positiv systemfokallengde.

3.1. Fokallengde til enkel linse ved hjelp av vinkelmåling.



Figur 7

Vi bruker goniometeret slik som vist på figur 7. Objektet er en mm-skala slik at vi lett kan bestemme dimensjoner i objektet.

For korrekt måling er det viktig at objektskalaen avbildes til fokalplanet til goniometerlinsen. Dette kontrolleres best ved å bruke **parallakse**effekten. Vi flytter da hodet sideveies bak tråden samtidig som vi betrakter bildet. Når bilde- og trådplanet faller sammen, har vi ingen relativ bevegelse - dvs. ingen parallakse - mellom bildet og tråden. Når parallaksefri innstilling er oppnådd, dreier vi goniometerarmen slik at tråden i goniometerlinsens bakre fokalplan flytter seg over bildet av objektskalaen samtidig som vi følger med hvor mange mm vi forflytter oss.

Hvis vi måler en forskyvning(Δ) h_o langs objektskalaen og en tilhørende forskyvning (Δ) h_i på goniometerskalaen, har vi følgende relasjon ut fra figur 7:

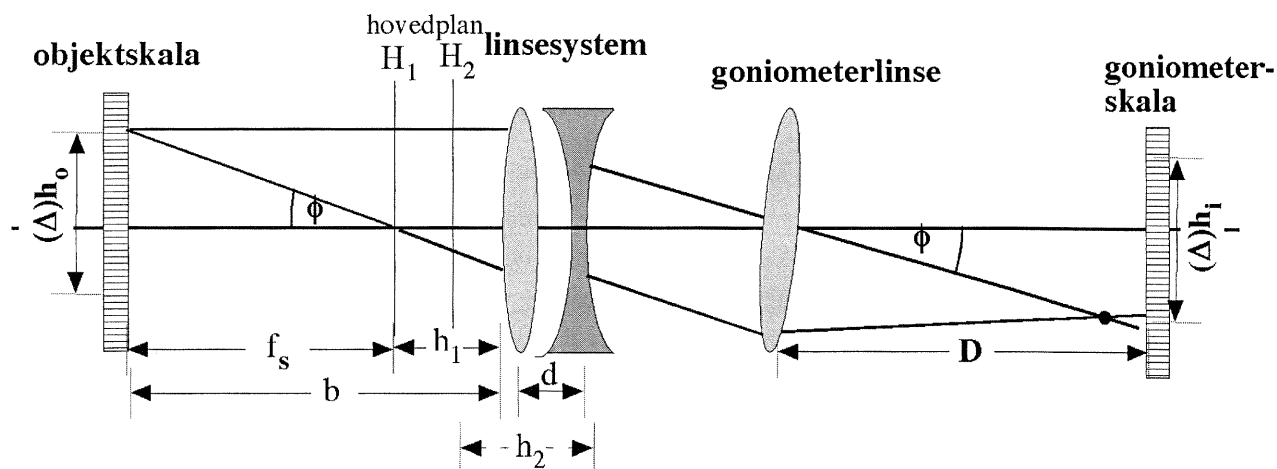
$$2 \operatorname{tg} \phi = \frac{h_o}{f_1} = \frac{h_i}{D} \quad (1)$$

(D = 40 cm)

Bruk goniometret til å bestemme fokallengden til den positive linsen L_1 ut fra ligning (1)

1.3.2. Måling av fokallengde til et sammensatt linsesystem. Hovedplan.

Når en lysstråle går gjennom et linsesystem med positiv fokallengde, blir strålen brutt i alle linseflatene som grenser mot et medium med forskjellig brytningsindeks. Alle disse brytningene kan vi ekvivalere med brytning i to **hovedplan** - H_1 og H_2 slik antydnet på figur 8. Se også vedlegg B og C for ytterligere fordykning av hovedplanenes posisjon.



Figur 8

Avhengig av fokallengde og posisjon til enkeltlinsene i systemet kan vi få hovedplanene på ulike plasser. Vi skal her undersøke et system bestående av en samle- og en spredelinse og vil da finne at hovedplanene kan være helt utenfor linsesystemet.

Da hovedplanene som regel ikke faller sammen med noen av enkeltlinsene i linsesystemet, kan det være problematisk å måle fokallengden for systemet med direkte metoder slik som brukt i første del av oppgaven. Imidlertid kan vi bruke vinkelmåling med goniometer til å bestemme fokallengden for linsesystemet.

Vi plasserer linsesystemet i oppsettet som vist på figur 8. En spesiell dobbeltrytter brukes til dette formålet slik at linsene kan settes tett sammen. Objektskalaen blir deretter flyttet langs benken til vi får parallaksefri avbildning i trådplanet og vinkelmålingene blir gjort som for enkel linse ovenfor.

Mål fokallengden f_s til linsesystemet for $d = 3$ cm hvor d er avstand mellom linsene.

Mål avstanden b mellom objekt og linse 1 og finn posisjon h_1 til hovedplan H_1 i objektrommet. (det er vanlig å referere H_1 og H_2 til hhv. første og siste linseflate i et system)

La deretter linse 1 og 2 bytte plass og bestem posisjonen h_2 til hovedplan H_2 .

Hva er fokallengden her?

Hvordan stemmer teori og målinger ut fra beregninger når $h_1 = (-f_s/f_2)d$ og $h_2 = (-f_s/f_1)d$

Når vi regner fokallengden, objekt -og bildeavstand fra de respektive hovedplan, gjelder linseformelen som før. Den resulterende fokallengde for et sammensatt linsesystem kan regnes ut når vi vet fokallengder og posisjoner for de enkelte linser i systemet.

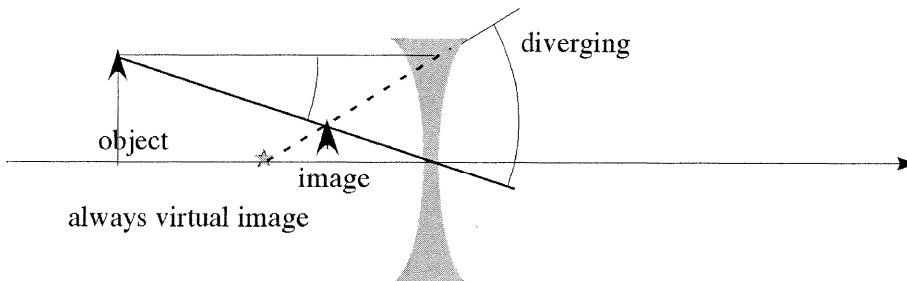
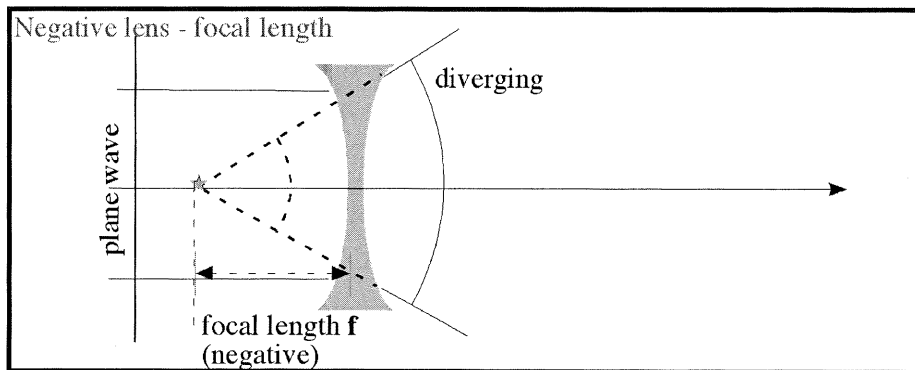
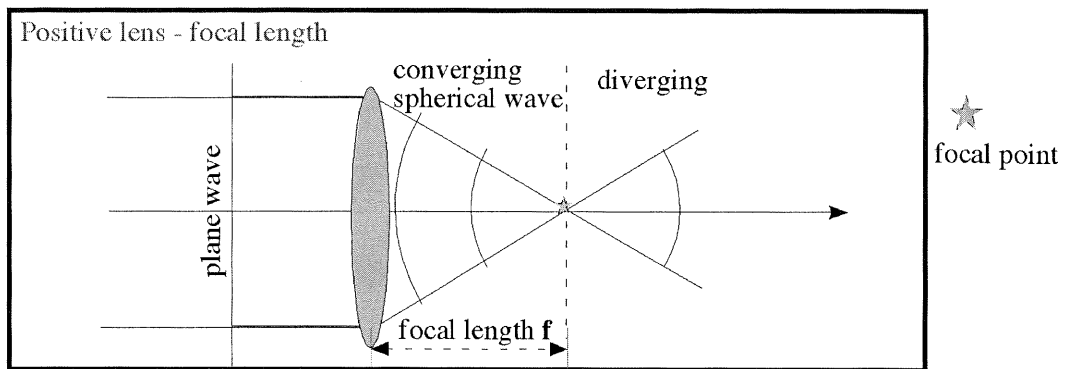
For et system med to linser med fokallengder f_1 og f_2 i avstand d , får vi at fokallengden til systemet blir (denne formelen kalles ofte "the lensmakers formula"):

$$\frac{1}{f_s} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \Rightarrow f_s = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d} \quad (2)$$

Her regnes fokallengdene med fortegn og d blir regnet som positiv.

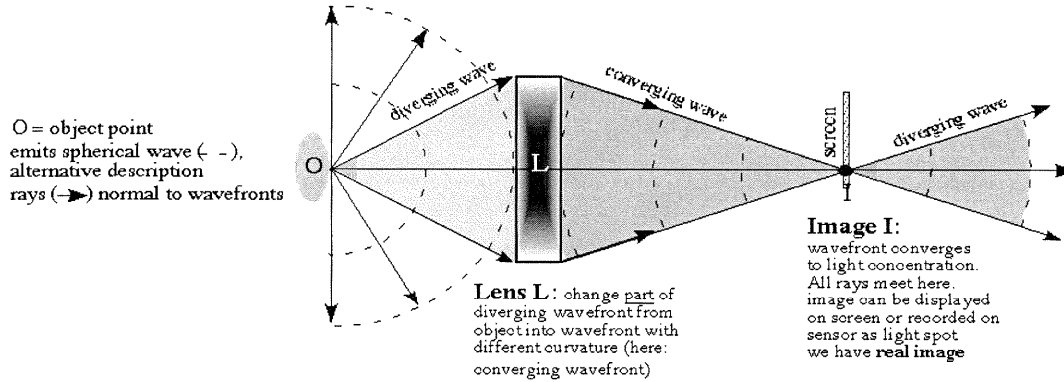
Beregn linsesystemet brennvidde ut i fra (2) og de fokallengder vi tidligere har funnet for den positive- og negative linsen.

Focus definition and image formation

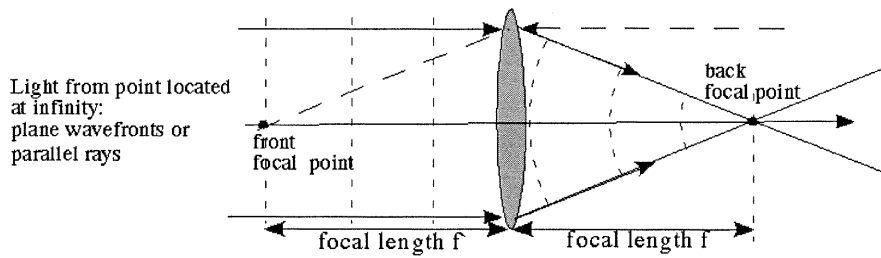


VEDLEGG A1

PHYSICAL EXPLANATION OF IMAGING

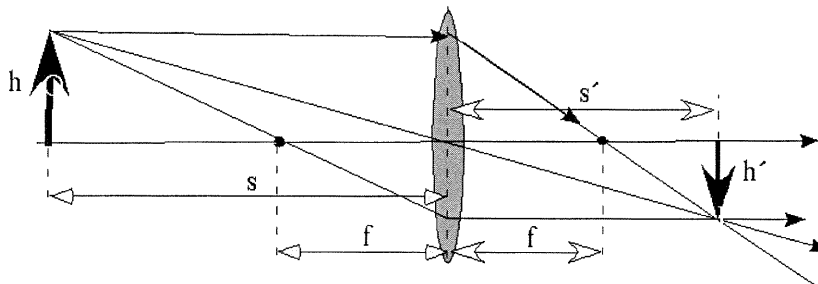


DEFINITION OF FOCAL LENGTH



Focal point is image of object located at infinite distance. Depending direction of incoming wave we get front/back focal points - the corresponding focal lengths f and f' are the same when we have the same medium on both sides of lens.

GENERAL IMAGING



Construction of image I from object O:

Draw ray parallel to optical axis - from definition above of focal length this ray has to cross axis behind lens in **back** focal point. Draw another ray through **front** focal point - due to same definition this ray has to come out as a ray parallel to axis behind lens. Where these two rays meet is image of top of object. (You can also draw a third ray towards center of lens - if lens is **thin** this ray goes through without change of direction). The object part which lays on the axis has to be imaged on the axis and in the same plane - image is given.

Calculation of image location and magnification:

We have several identical triangles which gives the following equations:

I) $h/s = h'/s'$ (from which we get the **magnification** $M = h'/h = s'/s$. M is here negative because the image is upside down)

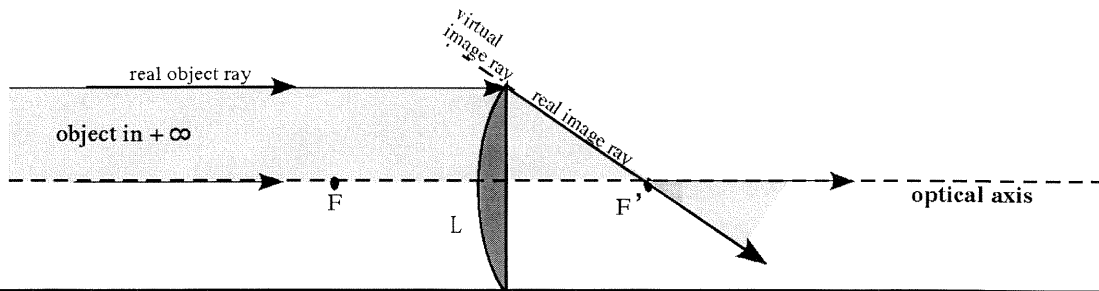
II) $h/f = h'/(s' - f)$

Combining and arranging gives the **lens equation**:

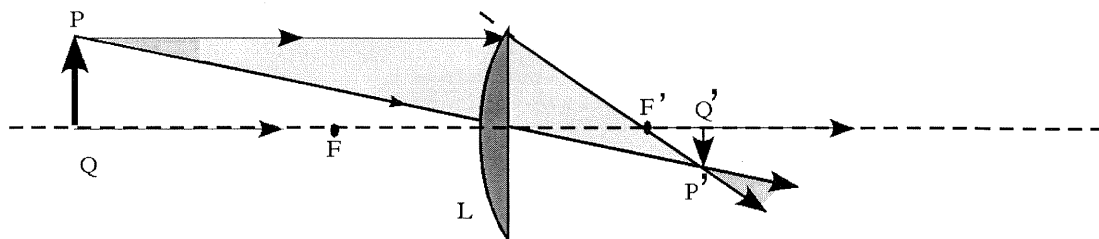
$$1/s + 1/s' = 1/f$$

where s is positive to the left of the lens, s' is positive to the right and f is positive to the right.

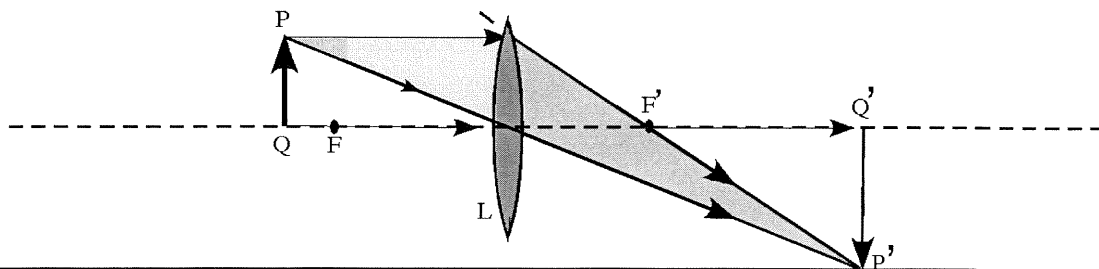
Modes of operation and applications for a positive lens(system)



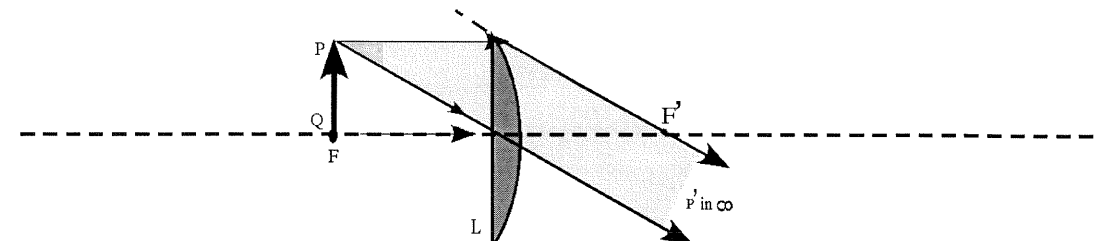
object in infinity (plane wave)-image in back focal plane.(definition of focal length, star imaging)



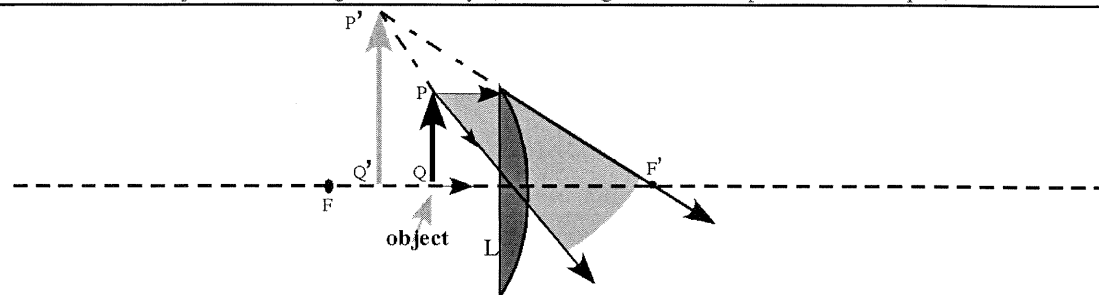
object outside $2f$. Demagnified, inverted real image (telescope objective, normal camera use)



object between f and $2f$. Magnified, inverted real image (microscope objective, projectors)



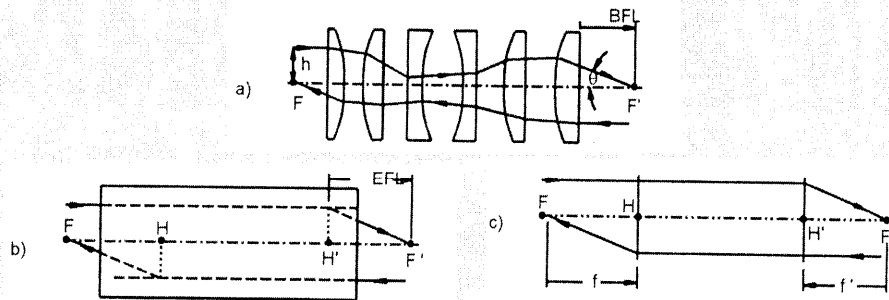
object in f . Image in infinity (final image of telescopes, microscopes)



object inside f . Virtual, noninverted, magnified image (magnifying glass, oculars)

Note that the lens has been shaped and oriented to give minimum image aberrations

HOVEDPLAN-definisjon og plassering for noen kommersielle linser

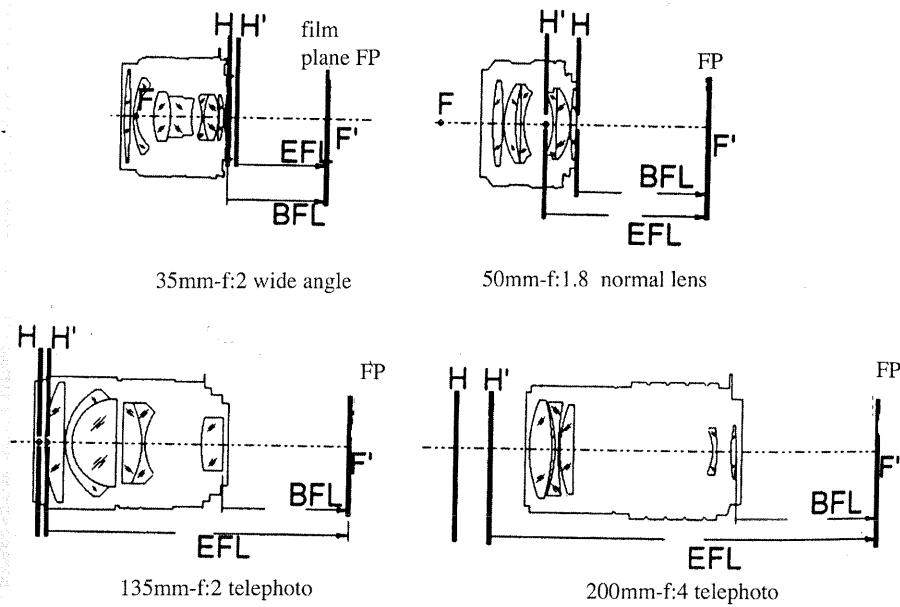


Principal planes and focal lengths for a complex lens system

a) ray path from infinity to F and F' .

b) black box representation where two planes H and H' are found by intersections of incident and emergent rays.

c) lens system replaced by the two planes



Principal planes and focal lengths for representative camera lenses.

BFL- distance from last lens surface to film plane

EFL- effective focal length