Øving 2, TFY4210 Anvendt Kvantemekanikk, Vår 2006

Oppgave 1 Vektor-relasjoner

Med $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ som en vektor bestende av Pauli-matrisene og $\mathbf{v}$ og $\mathbf{w}$ to vilkrlige vektorer, vis relasjonen

$$(\sigma \mathbf{v})(\sigma \mathbf{w}) = \mathbf{v}\mathbf{w} + \mathbf{i}\sigma(\mathbf{v} \times \mathbf{w}).$$

Bruk dette til vise at

$$[\sigma(\mathbf{p} - \mathbf{q}\mathbf{A})]^2 \Psi = \left[(\mathbf{p} - \mathbf{q}\mathbf{A})^2 - \mathbf{q}\hbar\sigma\mathbf{B}\right] \Psi,$$

nr $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, og Ψ er en to-komponent spinor.

Nyttige relasjoner:

- $\sigma_i^2 = 1$.
- $\sigma_i \sigma_j = -\sigma_j \sigma_i$.
- $\sigma_1 \sigma_2 = i\sigma_3$, og sykliske permutasjoner.
- $\nabla \times (\mathbf{v}\varphi) = \varphi(\nabla \times \mathbf{v}) - (\mathbf{v} \times \nabla\varphi)$ for en vilkårlig vektor $\mathbf{v}$ og skalar φ.

Oppgave 2 Spinn-bane kopling

Den såkalte Dresselhaus Hamilton operatoren er gitt ved

$$H = \frac{p^2}{2m} + \beta(\sigma_1\, p_x - \sigma_2\, p_y)$$

Finn egenverdiene E_s til H, og tilhørende egenvektorer Ψ_s. Her er $s = \pm 1$. Vis at Ψ_s er egentilstander for helicitetsoperatoren. Avgjør om H og Ψ_s tilfredstiller tids-inversjons symmetri.