

TFY4210

SIF4047 Anvendt kvantemekanikk

Vår ~~2004~~

2006

Øving § 6

Oppgave 1. Dirac ligning i sentralsymmetrisk potensial

I forelesning har vi sett på løsning til Dirac ligning for hydrogen atomet og funnet energi-spekteret som fremviser en finstruktur på samme måte som det vi fant i Klein-Gordn ligningen, men med litt andre verdier på fin-strukturen i spekteret som følge av spinn-bane kobling for fermioner.

I denne oppgaven skal vi se på beregning av spekteret for Dirac partikkel i et litt annet kulesymmetrisk potensial, mer egnet til å beskrive *kjernekrefter* enn elektrostatiske krefter. La Dirac-ligningen nå være gitt ved (i den notasjonen vi brukte i forelesninger)

$$\left[c\alpha_r \left(p_r + i\beta \frac{K}{r} \right) + \beta (mc^2 + U(r)) - E \right] \psi = 0$$

hvor

$$U(r) = -\frac{A}{r}$$

og A er en positiv dimensjonsbeheftet konstant. (Legg merke til hvordan dette skiller seg fra det sentralsymmetriske elektrostatiske problemet, hvor Dirac-ligningen tok formen

$$\left[c\alpha_r \left(p_r + i\beta \frac{K}{r} \right) + \beta mc^2 + V(r) - E \right] \psi = 0$$

hvor $V(r)$ var Coulomb-potensialet. I det elektrostatiske tilfellet multipliseres $V(r)$ ikke med matrisen β .)

- Bruk nøyaktig samme metode som i forelesninger til å finne spekteret til en slik Dirac partikkel.
- Dersom vi ser på dette som relativistisk bølgeligning for en Dirac kjernepartikkel, hva blir den teoretiske øvre grensen for ladningen til en kerne?

- c) Ta nå utgangspunkt i Dirac ligning for et elektron i et hydrogen-lik atom, og legg til et *kulesymmetrisk vektor-potensial* av formen

$$\mathbf{A} = -\frac{D}{r}\hat{r}$$

i Dirac-ligningen i elektromagnetisk felt

$$[\boldsymbol{\alpha} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) + \beta mc^2 + V(r) - E] \psi = 0$$

Her er \hat{r} radiell enhetsvektor, D er en dimensjonsbeheftet positiv konstant, og $V(r)$ er Coulomb-potensialet. Hva blir nå spekteret til partikkelen?