Øving 8, TFY4210 Anvendt Kvantemekanikk, Vår 2006

Oppgave 1
Bruk WKB-approksimasjonen til å finne energi-nivåene til en partikkel som beveger seg i potensialet

$$V(x) = \lambda_\alpha \; |x|^\alpha,$$

der λ_α er en dimensjonsbeheftet positiv konstant, og α er en ikke-negativ eksponent.

Oppgave 2
Finn 2. kvantisert form for Hamilton-operatoren til et vekselvirkende elektron system ved å bruke Bloch-funksjoner. Det vil si at vi definerer felt-operatorer ved

$$\begin{aligned} \Psi^\dagger(\mathbf{r}, s, t) &= \sum_{\mathbf{k},\sigma} c^\dagger_{\mathbf{k},\sigma}(t) \; \phi_{\mathbf{k},\sigma}(\mathbf{r}, s), \\ \phi_{\mathbf{k},\sigma}(\mathbf{r}, s) &= \frac{1}{\sqrt{V}} \; u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \; e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \; \chi_\sigma(s), \end{aligned}$$

der $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ er såkalte Bloch-funksjoner med periodisitet gitt av krystall-strukturen som elektronene beveger seg i.

Oppgave 3
Beregn tetthet av tilstander

$$D(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{k,\sigma} \delta(\omega - \varepsilon_k),$$

for elektroner som beveger seg i et endimensjonalt krystall med dispersjonsrelasjon

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = -2t \cos(ka).$$

Her er a en gitterkonstant, t er et matriselement med dimensjon energi som gjør at elektronet kan bevege seg fra gitter punkt til gitterpunkt i krystallet, N er antall gitterpunkt i krystallet, og k er bølgetallet til elektronet. (En dispersjonsrelasjon er generelt en sammenheng mellom energi og bølgetall).