

NTNU

Institutt for Fysikk og Institutt for Petroleumsteknologi og Anvendt Geofysikk

Faglige kontakter under eksamen

For oppgave 1: Bård Tøtdal, tlf 73593594

For de andre oppgavene: Ole Bernt Lile, tlf 73594948

EKSAMEN I FAG SIF 4020 FYSIKK OG GEOFYSIKK
for studenter ved Geofag og Petroleumsteknologi
5. mai 1999.

Tid: 6 timer (kl 0900 – kl 1500).

Tillatte hjelpemidler:

Godkjent kalkulator, **med tomt minne**, i henhold til liste fra NTNU.

Knutsen: Formler og data i Fysikk.

Rottmann: Mathematische Formelsammlung.

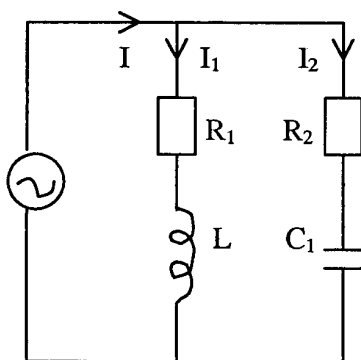
Barnett & Cronin: Mathematical Formulae.

Jahren & Knutsen: Formelsamling i Matematikk.

Oppgave 1

En elektrisk krets består av en seriekobling av en vekselspenningskilde med amplitudespenning $V_0 = 325$ volt, en motstand med resistans $R_1 = 1000 \Omega$, en kondensator med kapasitans $C_1 = 1,00$ nF og en resistansfri spole med induktans $L = 1,00$ mH. Den påtrykte spenningen har frekvensen $f = 1,00 \cdot 10^5$ Hz.

- Finne effektiv strøm I og faseforskjell φ mellom strøm og spenning. Illustrer spenningene V_R , V_C og V_L over kretselementene R_1 , C_1 og L i et viserdiagram ("phasor diagram").
- Vis at den gjennomsnittlige effekten $\langle P_R \rangle$ som utvikles over resistansen R_1 er lik gjennomsnittlig effekt $\langle P \rangle = \frac{1}{2} \cdot V_0 \cdot I_0 \cdot \cos \varphi$ for hele kretsen.
- En kondensator med kapasitans C_2 skal kobles i parallell eller serie med kondensatoren C_1 slik at den midlere effekt utviklet i kretsen blir størst mulig. Hvilken kobling – serie eller parallell – må velges, og hvor stor må C_2 da være?
- Vi fjerner kondensatoren C_2 og kobler spenningskilden i serie med en parallellkobling av to grener. Gren 1 har R_1 og L i serie. Gren 2 har C_1 og en motstand med resistans $R_2 = 500 \Omega$ i serie. Finn strømmene I_1 og I_2 og de tilhørende fasevinklene φ_1 og φ_2 i forhold til spenningen



- Finne totalstrømmen I og den tilsvarende fasevinkelen φ i forhold til spenningen, og illustrer strømmene og fasevinklene i et viserdiagram med spenningen som referanse.

Opfgawe 1

①

$$a) \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 10^5 \text{ s}^{-1} = \underline{6,28 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}}$$

$$\text{Induktiv reaktans } X_L = \omega L = 2\pi \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \Omega = \underline{628 \Omega}$$

$$\text{Kapazitiv reaktans } X_C = (\omega C)^{-1} = (2\pi \cdot 10^5 \cdot 10^{-9})^{-1} \Omega = \underline{1592 \Omega}$$

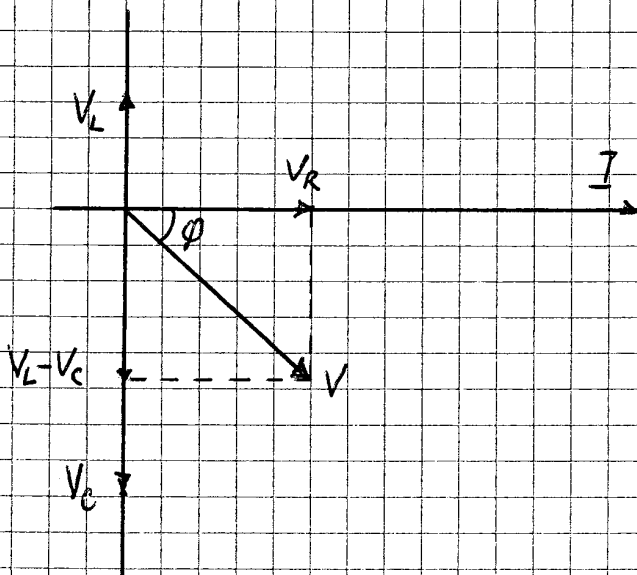
$$\text{Impedans } Z = (R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2)^{1/2}$$

$$= (1000^2 + (628 - 1592)^2)^{1/2} \Omega = \underline{1389 \Omega}$$

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{325}{1389} \text{ A} = \underline{0,234 \text{ A}}$$

$$I_{\text{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{0,234}{\sqrt{2}} \text{ A} = \underline{0,165 \text{ A}}$$

$$\sin \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{Z} = \frac{628 - 1592}{1389} = -0,6940 \Rightarrow \varphi = \underline{-43,9^\circ}$$



b) $I = I_0 \sin \omega t$

$$P_R = R \cdot I^2 = R I_0^2 \sin^2 \omega t$$

$\langle P_R \rangle$ er P_R middlet over en periode.

Men $\langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \langle P_R \rangle = \frac{1}{2} R I_0^2 = \frac{1}{2} R \frac{V_0^2}{Z^2} = \frac{1}{2} \frac{R}{Z} V_0 \frac{V_0}{Z}$$

$$\frac{R}{Z} = \cos \varphi$$

$$\underline{\underline{\langle P_R \rangle = \frac{1}{2} V_0 I_0 \cos \varphi = \langle P \rangle}}$$

c) När $\langle P \rangle$ skal være størst mulig, må mest mulig av spenningen ligge over R, dvs minst mulig må ligge over de andre komponentene, dvs Z må være minst mulig.

$$Z = (R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2)^{1/2} \text{ der } C \text{ er resultat-kapasitans.}$$

Minst verdi av Z for $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{6.28^2 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-3}} \text{ F} = 2.53 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

$$\Rightarrow C > C_1$$

Parallellkobling: $C = C_1 + C_2 \Rightarrow C > C_1$

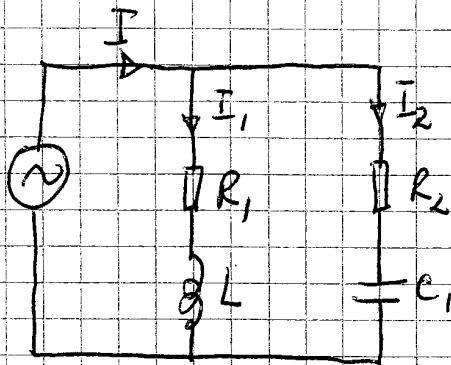
Seriekobling: $C^{-1} = C_1^{-1} + C_2^{-1} \Rightarrow C < C_1$

\Rightarrow Parallellkobling

$$C_2 = C - C_1 = (2.53 - 1.00) \text{ nF} = \underline{\underline{1.53 \text{ nF}}}$$

(4)

a)



$$V = V_0 \sin \omega t$$

$$Z_1 = (R_1^2 + (\omega L)^2)^{1/2} = (1000^2 + 628^2)^{1/2} \Omega = \underline{1181 \Omega}$$

$$Z_2 = (R_2^2 + (\frac{1}{\omega C_1})^2)^{1/2} = (500^2 + 1592^2)^{1/2} \Omega = \underline{1669 \Omega}$$

Vi gir aktive og reaktive komponenter av strømmene indikerer henholdsvis p og q .

Vi betrakter rms-verdier (effektive verdier).

$$I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{325}{\sqrt{2} \cdot 1181} \text{ A} = \underline{0,195 \text{ A}}$$

$$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{325}{\sqrt{2} \cdot 1669} \text{ A} = \underline{0,138 \text{ A}}$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{-\omega L}{Z_1} = \frac{-628}{1181} = -0,5318 \Rightarrow \varphi_1 = \underline{-32,1^\circ}$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{1/\omega C_1}{Z_2} = \frac{1592}{1669} = 0,9539 \Rightarrow \varphi_2 = \underline{72,5^\circ}$$

e) Vi gir aktive og reaktive komponenter av strømmene indekser henholdsvis p og q. Vi betrakter rms-verdier (effektivverdier)

$$I_{1p} = I_1 \cos \varphi_1 = 0,195 \cdot \cos(-32,1^\circ) \text{ A} = 0,165 \text{ A}$$

$$I_{1q} = I_1 \sin \varphi_1 = 0,195 \cdot \sin(-32,1^\circ) \text{ A} = -0,104 \text{ A}$$

$$I_{2p} = I_2 \cos \varphi_2 = 0,138 \cdot \cos 72,5^\circ \text{ A} = 0,041 \text{ A}$$

$$I_{2q} = I_2 \sin \varphi_2 = 0,138 \cdot \sin 72,5^\circ \text{ A} = 0,132 \text{ A}$$

$$I_p = I_{1p} + I_{2p} = (0,165 + 0,041) \text{ A} = 0,206 \text{ A}$$

$$I_q = I_{2q} + I_{1q} = (-0,104 + 0,132) \text{ A} = 0,028 \text{ A}$$

$$\bar{I} = (I_p^2 + I_q^2)^{1/2} = (0,206^2 + 0,028^2)^{1/2} \text{ A} = \underline{\underline{0,208 \text{ A}}}$$

$$\varphi = \arctan(I_q / I_p) = \arctan\left(\frac{0,028}{0,206}\right) \Rightarrow \varphi = \underline{\underline{7,7^\circ}}$$

(Alternativt: Bruk utvidet Pythagoras)

