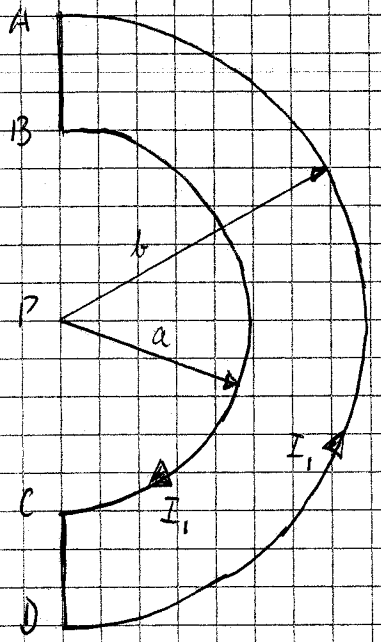
Oppgave 1.



a) Biot Savart:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \, I \, d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi \cdot r^2} \qquad \hat{r} = \text{enhetsvektor}$$

$$dB = \frac{\mu_0 \, I \, dl}{4\pi \, r^2}$$

Vi integrerer over en halvsirkel.

r er konstant

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot \pi \cdot r}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4 r}$$

$$\Rightarrow \underline{B_1 = \frac{\mu_0 I}{4}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)}$$

<u>Retningen blir inn i papirplanet.</u>

b) $\underline{B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}}$

Generelt for strømførende trådstykke dl i magnetfelt B:

$d\vec{F} = I \cdot d\vec{l} \times \vec{B}$ Vi innser at

på AB er kraften rettet inn i planet

på CD er kraften rettet ut av planet

på halvsirklene virker ingen krefter.

c) $d\vec{F} = I \, d\vec{l} \times \vec{B}_2 \Rightarrow dF = I_1 \, dr \, B_2 = I_1 \, dr \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$

Dreiemoment på elementet AB: $d\tau_{AB} = r \cdot dF = r \cdot I_1 \, dr \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$

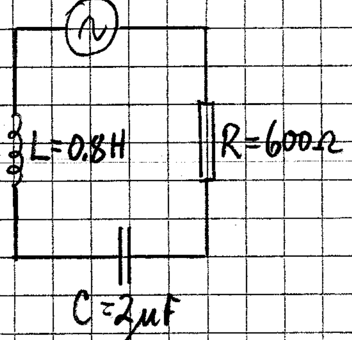
$$d\tau_{AB} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \, dr \Rightarrow \tau_{AB} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}(b-a)$$

Tilsvarende på CD

Til sammen: $\tau = \tau_{AB} + \tau_{CD} = \underline{\frac{\mu_0 I_1 I_2}{\pi}(b-a)}$

(2)

d)



$\langle V \rangle = 230\,V \Rightarrow V_0 = \langle V \rangle \cdot \sqrt{2} = 230 \cdot \sqrt{2}\,V = 325{,}3\,V$

$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}\,\Omega = 1591{,}5\,\Omega$

$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 50 \cdot 0{,}8\,\Omega = 251{,}3\,\Omega$

$Z = \sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2} = \sqrt{(1591{,}5 - 251{,}3)^2 + 600^2}\,\Omega$

$Z = 1468{,}4\,\Omega$

$I_{max} = \frac{V_0}{Z} = \frac{325{,}3}{1468{,}4}\,A = 0{,}2215\,A \qquad = \underline{0{,}22\,A}$

$V_{R\,max} = I_{max} \cdot R = 0{,}2215 \cdot 600\,V = 132{,}9\,V \qquad = \underline{133\,V}$

$V_{C\,max} = I_{max} \cdot X_C = 0{,}2215 \cdot 1591{,}5\,V \qquad = \underline{353\,V}$

$V_{L\,max} = I_{max} \cdot X_L = 0{,}2215 \cdot 251{,}3\,V \qquad = \underline{56\,V}$

e) Resonans: $X_C = X_L \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$

$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0{,}8 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}}\,Hz \qquad = \underline{125{,}8\,Hz}$

Ved resonans er $Z = R$ og $I_{max} = \frac{V_0}{R}$. For å redusere strømmen til halvparten, må $Z = 2R$

$\Rightarrow \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + R^2 = (2R)^2$

$\omega^4 L^2 C^2 - (2LC + 3R^2C^2)\,\omega^2 + 1 = 0$

$\omega^2 = \frac{2LC + 3R^2C^2 \pm \sqrt{4L^2C^2 + 9R^4C^4 + 12LR^2C^3 - 4L^2C^2}}{2L^2C^2}$

$= \frac{2LC + 3R^2C^2 \pm \sqrt{9R^4C^4 + 12LR^2C^3}}{2L^2C^2}$

$= \frac{2 \cdot 0{,}8 \cdot 2 \cdot 10^{-6} + 3 \cdot 600^2 \cdot 4 \cdot 10^{-12} \pm \sqrt{9 \cdot 600^4 \cdot 16 \cdot 10^{-24} + 12 \cdot 0{,}8 \cdot 600^2 \cdot 8 \cdot 10^{-18}}}{2 \cdot 0{,}8^2 \cdot 4 \cdot 10^{-12}}$

$\omega^2 = \frac{7{,}52 \pm 6{,}805}{5{,}12} \cdot 10^6 \Rightarrow \omega_1 = 1{,}67 \cdot 10^3 \qquad \omega_2 = 3{,}74 \cdot 10^2$

$f = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \Rightarrow f_1 = \underline{266\,Hz} \qquad f_2 = \underline{59{,}5\,Hz}$